תוכן עניינים

חלק א: אלקטרוסטטיקה — 5

1. הכוח החשמלי וחוק קולון 6
2. השדה החשמלי 29
3. שטף חשמלי וחוק גאוס 55
4. אנרגיה פוטנציאלית ופוטנציאל חשמלי 77
5. מתח חשמלי והפרש פוטנציאלים 99

חלק ב: אלקטרודינמיקה — 119

6. זרם חשמלי 120
7. התנגדות חשמלית וחוק אוהם 128
8. מעגלים חשמליים פשוטים- מעגל טורי ומעגל מקבילי 136
9. מעגלים חשמליים פשוטים- מעגל מעורב 150
10. כא"מ, מתח הדקים והתנגדות פנימית 163
11. אנרגיה, הספק ונצילות 179
12. מעגלים מורכבים וחוקי קירכהוף 194
13. קיבול וקבלים במעגל החשמלי 205
14. מעגלי RC, טעינה ופריקה של קבלים 229

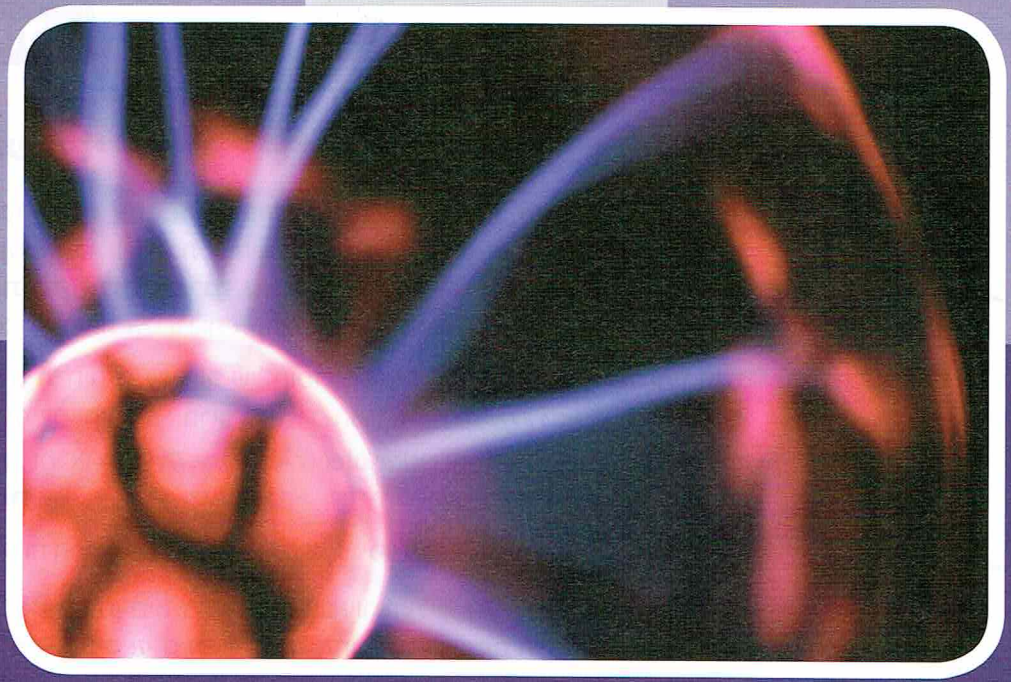
חלק ג: אלקטרומגנטיות — 251

15. הכוח המגנטי, שדה מגנטי של תיל, כריכה וסילונית 252
16. כוח על חלקיק טעון בשדה מגנטי 276
17. יישומי כוח לורנץ 300
18. כא"מ מושרה, חוק פאראדיי וחוק לנץ 326
19. יישומים טכנולוגיים וסיכום 360

חלק ד: פתרונות לתרגילים — 387

חלק א 388
חלק ב 400
חלק ג 413

חלק א



אלקטרוסטטיקה

פרק 1 הכח החשמלי וחוק קולון

פרק 2 השדה החשמלי

פרק 3 שטף חשמלי וחוק גאוס

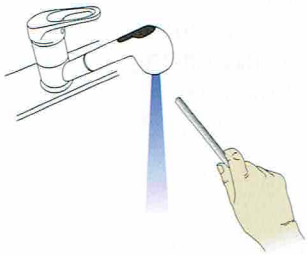
פרק 4 אנרגיה חשמלית ופוטנציאל חשמלי

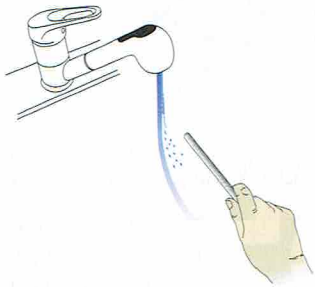
פרק 5 מתח חשמלי והפרש פוטנציאלים

1 הכוח החשמלי וחוק קולון

רקע תיאורטי

הכוח החשמלי





בלימודי המכניקה הכרנו את **כוח הכבידה** שמסביר חלק גדול מתופעות הטבע, כגון נפילת גופים, תנועות כוכבי הלכת וירחיהם, גאות ושפל ועוד. אולם **כוח הכבידה אינו מסביר תופעות הקשורות במבנה חומרים ותכונותיהם**. בפרק זה נכיר את הכוח החשמלי, המסביר תופעות אלו ורבות אחרות, כולל קרינה אלקטרומגנטית.

היוונים הקדמונים הבחינו כי שפשוף של חומרים שונים (כמו ענבר, שרף של עץ) גורם להם למשוך ולהימשך לחומרים אחרים בכוח רב, הנקרא כוח חשמלי. ביוונית נקרא הענבר בשם "**אלקטרון**", ומכאן השם הלועזי **electricity**, ובעברית **חשמל** או בשם כללי יותר **אלקטרומגנטיות**.

ניתן להדגים שהכוח החשמלי אכן חזק באמצעות ניסוי פשוט:

מקרבים מוט PVC לסילון מים דק, כמתואר באיור העליון. למרות כוח הכבידה הפועל בין המוט לבין המים, המים אינם נמשכים אל המוט, מכיוון שכוח הכבידה מורגש כאשר לפחות אחד הגופים הוא בעל מסה גדולה מאוד.

כעת, חוזרים על הניסוי אחרי שמשפשפים את המוט בפרווה, בשיער או אפילו בנייר. הפעם המים יימשכו אל המוט ואפילו ייפרדו לטיפות קטנות, כפי שניתן לראות באיור התחתון.

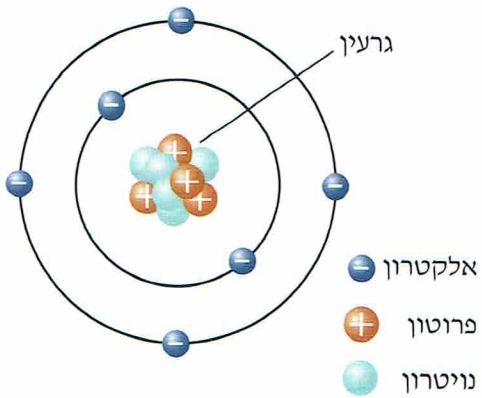
המטען החשמלי והפרדת מטענים

הכוח החשמלי הוא כוח חזק, אך בדרך כלל אינו מופיע באופן ספונטני ויש לבצע פעולה כמו שפשוף כדי לגלותו. ניסויים רבים הראו שהכוח החשמלי מופיע לעתים ככוח **משיכה** ולעתים ככוח **דחייה**. פעולת השפשוף גורמת למעבר של "משהו" מגוף לגוף, ואת הדבר הזה כינו המדענים בשם "**מטען חשמלי**". העובדה שהכוח החשמלי מופיע ככוח משיכה או דחייה, מביאה אותנו להניח שקיימים **שני סוגים של מטען חשמלי**. פעולת השפשוף גורמת להפרדה בין שני סוגי המטענים, שהאחד כונה (באופן שרירותי) **חיובי** והשני **שלילי**. מתברר שמטענים מאותו סוג **דוחים** זה את זה, ומטענים מסוג שונה **מושכים** זה את זה. **עוצמת הכוח החשמלי תלויה במרחק בין הגופים**. נסמן את גודל המטען החשמלי שיש בגוף באות Q או q (האות הראשונה של המילה Quantity). יחידת המטען החשמלי היא יחידה בסיסית, שנקראת במערכת היחידות SI בשם **קולון** (Coulomb), על שמו של הפיזיקאי הצרפתי שארל אוגוסטן דה קולון.

אטומים, אלקטרונים, פרוטונים ונויטרונים

בדרך כלל, הגופים שאנו נתקלים בהם הם **ניטרליים** מבחינה חשמלית, כלומר כמות המטענים החיוביים בהם שווה בדיוק לכמות המטענים השליליים. כדי להפוך גופים ניטרליים לטעונים, צריך להפריד בין המטענים החיוביים לשליליים.

מבנה החומר מסביר את התופעות שתיארנו ותופעות נוספות. החומרים בנויים מאטומים. בתיאור הפשוט ביותר, האטום בנוי **מגרעין** דחוס מאוד הנמצא במרכזו, וסביבו נעים **אלקטרונים** בעלי מסה קטנה מאוד הנושאים מטען חשמלי יסודי שלילי.



בגרעין האטום נמצאים חלקיקים משני סוגים הנקראים נוקליאונים: **פרוטונים ונויטרונים**. לפרוטונים ולנויטרונים מסה גדולה בהרבה מאשר לאלקטרונים, כמצוין בטבלה. לפרוטונים יש מטען חשמלי השווה בגודלו למטען האלקטרון (**המטען היסודי**) אך סימנו הפוך (חיובי). הנויטרונים הם חסרי מטען חשמלי (ניטרליים, כפי ששמם מעיד עליהם).

שם החלקיק	מסה [kg]	מטען [C]
אלקטרון	$9.11 \cdot 10^{-31}$	$-1.6 \cdot 10^{-19}$
פרוטון	$1.67 \cdot 10^{-27}$	$+1.6 \cdot 10^{-19}$
נויטרון	$1.67 \cdot 10^{-27}$	0

באטום או בחומר ניטרלי (כלומר לא טעון), מספרם של הפרוטונים שווה בדיוק למספרם של האלקטרונים. אטום המימן הוא היחיד שבגרעינו פרוטון אחד ללא נויטרון. קוטר האטום גדול פי 100,000 בקירוב מקוטר הגרעין, לכן רוב האטום הוא חלל ריק.

מוליכים ומבדדים

חומרים שונים נבדלים במידת **ההולכה החשמלית** שלהם, ממוליכים טובים למוליכים גרועים, הנקראים **מבדדים**. מתכות מוליכות חשמל היטב, מכיוון שבאטומי המתכות יש אלקטרון אחד או יותר חופשיים. בחומרים מבדדים (כגון פלסטיק, קלקר, עץ ועוד) אין אלקטרונים חופשיים, ושפשוף שלהם גורם ל"קריעה" של אלקטרונים מאטומים שנמצאים מעל פני החומר ולמעבר שלהם מהגוף המשפשף אל המשופשף או להיפך. בכך נגרמת טעינה של שני הגופים, המשפשף והמשופשף, במטענים מנוגדים.

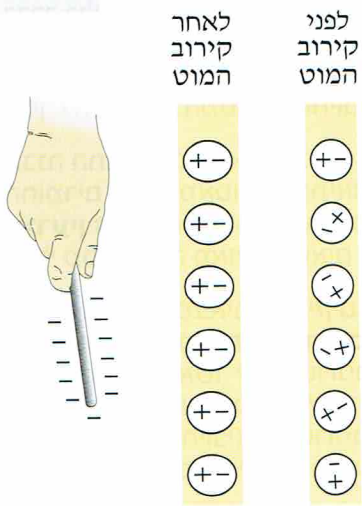
השראה חשמלית וקיטוב

קיטוב מוליך מתכתי על ידי השראה

כאשר מקרבים גוף טעון חשמלית לעבר מוליך מתכתי, האלקטרונים החופשיים במתכת יימשכו או יידחו וינועו במוליך עד ליצירת **שני קטבים** חשמליים, האחד חיובי והשני שלילי. המוליך כולו נשאר ניטרלי מבחינה חשמלית! התהליך נקרא **קיטוב חשמלי על ידי השראה**. הצד הפונה אל הגוף הטעון נמשך אליו כי הוא טעון במטען מנוגד, בעוד שהצד הרחוק נדחה בכוח קטן יותר כי המרחק ממנו אל הגוף הטעון גדול יותר. הכוח השקול הוא כוח משיכה. מכאן, **כל גוף טעון מושך (נמשך אל) גוף ניטרלי**.

קיטוב מבדדים

כאשר מקרבים גוף טעון אל גוף מבדד, כמו סרגל עץ או מים, אין אלקטרונים חופשיים שינועו מצד לצד, ולכן אין קיטוב הנובע מתנועת אלקטרונים חופשיים. אבל כל הניסויים מראים שגם כאן, כל גוף העשוי מחומר מבדד מושך (נמשך אל) גוף טעון. נבחין בשני מקרים כדי להסביר תופעה זאת:

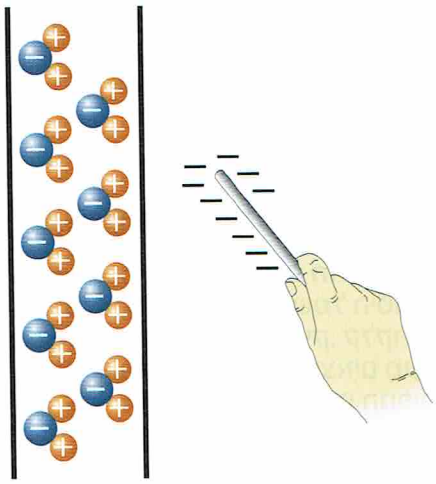


1. **מבדד העשוי מולקולות סימטריות מבחינה חשמלית:**

כאשר מקרבים גוף טעון (למשל במטען חיובי) לחומר מבדד, האלקטרונים במולקולות, שאינם חופשיים, זזים במידה קטנה מאוד לעבר המטען החיובי. המולקולות שהיו סימטריות מבחינה חשמלית (כלומר אין בהן העדפה לכיוון כלשהו) "נמתחות" על ידי ההשראה והופכות להיות גם כן **דו-קוטב (די-פול) מושרה**. הצד הקרוב לגוף הטעון יהיה תמיד במטען הפוך מזה של הגוף הטעון. נדגיש: הקיטוב של מבדדים על ידי השראה חלש בהרבה מקיטוב של מוליכים מתכתיים.

2. **מבדדים העשויים ממולקולות שאינן סימטריות מבחינה חשמלית:**

מולקולות כמו אלו של מים אינן סימטריות מבחינה חשמלית, כלומר באופן טבעי יש להן צורה של דו-קוטב חשמלי. גם במקרה זה, כאשר מקרבים אליהן גוף טעון הוא גורם להגדלת הקיטוב החשמלי, ושוב הצד הקרוב לגוף הטעון יהיה תמיד במטען הפוך מזה של הגוף הטעון.

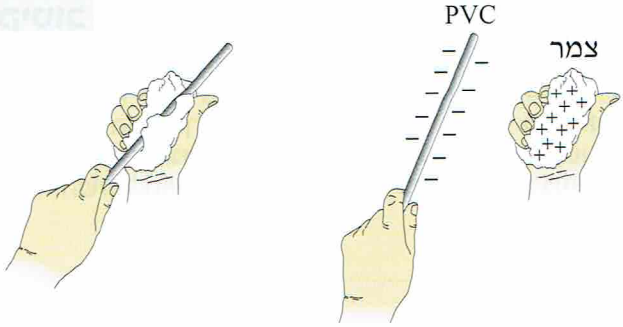


לסיכום, כאשר מקרבים גוף טעון לגוף ניטרלי, תמיד יפעל ביניהם כוח משיכה חשמלי. הכוח חזק כאשר הגופים הניטרליים עשויים מחומרים מוליכי חשמל כמו מתכות, חלש יותר במבדדים בעלי מולקולות מקוטבות, ועוד יותר חלש בשאר המבדדים.

שיטות טעינה

נכיר שלוש שיטות לטעינה חשמלית:

שפשוף



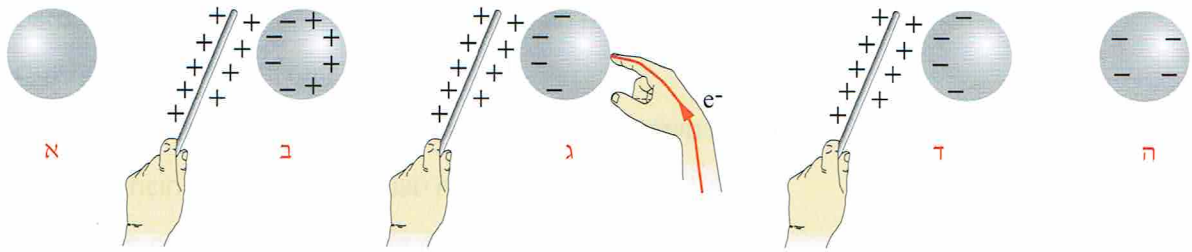
פעולת השפשוף גורמת לתלישה של אלקטרונים מגוף אחד והעברתם לגוף אחר, כלומר להפרדת מטענים. כך, שני הגופים, המשפשף והמשופשף, נטענים במטעני חשמל מנוגדים. הגוף שממנו נתלשים אלקטרונים נעשה חיובי, והגוף המקבל אלקטרונים נעשה שלילי.

מגע

כשמצמידים גוף טעון במטען חיובי (למשל) אל גוף שאינו טעון, אלקטרונים מהגוף שאינו טעון נמשכים ועוברים אל הגוף הטעון במטען חיובי. כתוצאה מכך, הגוף שלא היה טעון נעשה חסר באלקטרונים, כלומר חיובי. האלקטרונים שעברו לגוף שהיה טעון במטען חיובי מנטרלים חלק מהמטענים החיוביים, וכך הוא נעשה פחות חיובי. נציין שטעינת גופים על ידי מגע עם גוף טעון אינה תמיד יעילה.

השראה

כפי שראינו, כאשר מקרבים גוף טעון (למשל חיובי) לגוף ניטרלי, הצד הקרוב לגוף הטעון הופך להיות טעון במטען שלילי, ואילו הצד הרחוק טעון במטען חיובי. כלומר, כל עוד הגוף הטעון נמצא בקרבת הגוף הלא-טעון קיים קיטוב, הפרדת מטענים. אם נחבר כעת גוף מוליך בין הגוף הלא-טעון לבין האדמה, אלקטרונים יעברו מהאדמה (שהיא מקור אינסופי לאלקטרונים) אל הצד החיובי וינטרלו אותו. פעולה זו נקראת **הארקה**.



כעת, אם נרחיק את המוט הטעון ובו-בזמן ננתק את ההארקה, אלקטרונים יתפשטו בכל הגוף הניטרלי, והגוף שהיה קודם לכן לא טעון, ייטען במטען שלילי. לסיכום, בשיטה זאת **הגוף הניטרלי ייטען תמיד במטען מנוגד לזה שהיה בגוף שגרם לקיטוב.**

מדוע האלקטרונים בצד הקרוב לגוף הטעון לא עוברים לאדמה? מכיוון שהמוט הטעון במטען חיובי מושך אותם אליו, כלומר "מחזיק" אותם.

תהליך זה של טעינת גופים על ידי השראה הרבה יותר יעיל מטעינה על ידי מגע.

שימור של המטען החשמלי

בכל תהליכי טעינת הגופים שתוארו, **מטענים לא נוצרו "יש מאין"**. בדרך כלל מדובר בהפרדת מטענים בלבד. למשל, בדוגמה שבה שפשפנו גוף ניטרלי על ידי מטלית כלשהי, יצרנו הפרדת מטענים, שבה המטען של הגוף המשפשף (המטלית) **שווה בגודלו והפוך בסימנו** לזה של הגוף המשופשף. המטענים לא נעלמו.

חוק שימור המטען החשמלי הוא אחד מחוקי השימור החשובים בפיזיקה, והוא מתקיים בכל התהליכים הפיזיקליים. על פי חוק זה, המטען הכולל במערכת סגורה הוא קבוע. במילים אחרות, אפשר להעביר מטענים ממקום למקום ומגוף אחד לשני, אבל סכום המטענים החיוביים והשליליים לא משתנה. או בניסוח אחר: מטענים חשמליים לא נוצרים יש מאין, ועל כל מטען מהסוג האחד מופיע במקום אחר מטען מהסוג השני. ניתן להסביר זאת בהסתמך על מבנה האטום.

חוק קולון

מסתבר שכוחות המשיכה והדחייה בין מטענים חשמליים פועלים בהתאם לחוקיות מתמטית. בשנת 1784 גילה המדען הצרפתי **שארל אוגוסטין דה קולון** את החוקיות הבאה: עוצמתו של הכוח החשמלי הפועל בין מטענים נקודתיים היא **ביחס ישר לגודלם של המטענים וביחס הפוך לריבוע המרחק ביניהם**. חוק זה קרוי על שמו, **חוק קולון**.

מטענים נקודתיים מוגדרים כמטענים שנמצאים על גופים שממדיהם קטנים מאוד ביחס למרחק ביניהם.

הכוחות החשמליים הפועלים בין שני מטענים נקודתיים הם **זוג של כוחות פעולה ותגובה,** שווים בגודלם ומנוגדים בכיוונם. הם פועלים בכיוון הקו המחבר בין המטענים: אם המטענים שווי סימן זהו כוח דחייה, ולהיפך.

הביטוי המתמטי לחוק קולון הוא: $F_E = k\frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}$

q_1 , q_2 מסמנים את כמות המטען החשמלי של המטענים הנקודתיים ביחידות קולון [C].

F_E הוא גודל הכוח החשמלי הפועל בין שני המטענים ביחידות ניוטון [N].

r הוא המרחק בין שני המטענים ביחידות מטר [m].

k הוא **קבוע הכוח החשמלי**, שערכו המספרי בריק ויחידותיו: $k=9\cdot10^9\left[\frac{N\cdot m^2}{C^2}\right]$.

הקבוע k שווה לכוח הפועל בין שני מטענים של 1 קולון, שנמצאים במרחק של 1 מטר זה מזה.

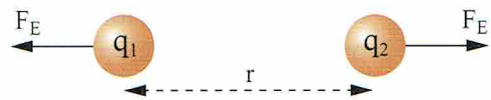
הכוח החשמלי, כמו כל הכוחות האחרים שהכרנו, הוא **גודל וקטורי**. בביטוי המתמטי לחוק קולון מציבים את גודל המטענים ללא סימניהם. לכן הביטוי לחוק קולון נותן את **גודל הכוח** בלבד. כיוון הכוח הפועל בין שני מטענים נקודתיים ייקבע על פי סימני המטענים.

חוק קולון וחוק הכבידה העולמי

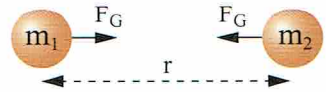
נשים לב שחוק קולון דומה מאוד לחוק הכבידה העולמי. אם נחליף את ה"מסה" שבחוק הכבידה ב"מטען", נקבל למעשה את חוק קולון (עם קבוע מספרי שונה). לכן לעתים מכנים מסה בשם **מטען כבידתי**.

טענו קודם שהכוח החשמלי חזק בהרבה מכוח הכבידה. כדי לבדוק זאת, נחשב את היחס בין עוצמת הכוח החשמלי הפועל בין שני פרוטונים לבין כוח הכבידה הפועל ביניהם.

$$F_E = k\frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} = 9\cdot10^9 \cdot \frac{1.6\cdot10^{-19}\cdot1.6\cdot10^{-19}}{r^2} = \frac{2.3\cdot10^{-28}}{r^2}$$



$$F_G = G\frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} = 6.67\cdot10^{-11} \cdot \frac{1.67\cdot10^{-27}\cdot1.67\cdot10^{-27}}{r^2} = \frac{1.86\cdot10^{-64}}{r^2}$$



$$\frac{F_E}{F_G} = 1.23\cdot10^{36}$$

קיבלנו שהכוח החשמלי חזק מכוח הכבידה בכ-36 סדרי גודל!

מכאן שמוצדק לחלוטין להזניח את כוח הכבידה הפועל במערכות בעלות מסה קטנה, כמו מערכות אטומיות.

הטבלה הבאה משווה בין כוח הכבידה לכוח החשמלי.

	כוח הכבידה העולמי	הכוח החשמלי
החוק המתאר את הכוח	חוק הכבידה העולמי (ניוטון)	חוק קולון
הביטוי המתמטי	$F_G = G\frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$	$F_E = k\frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}$
המקדם לתיאום יחידות (SI)	$G = 6.67 \cdot 10^{-11}\left[\frac{N \cdot m^2}{kg^2}\right]$	$k = 9 \cdot 10^9\left[\frac{N \cdot m^2}{C^2}\right]$
תלות בגורמים	מסות של הגופים (יחס ישר), המרחק בין המסות (תלות ריבועית הפוכה)	מטענים של הגופים (יחס ישר), המרחק בין המטענים (תלות ריבועית הפוכה)
טווח פעולה	אינסופי	אינסופי
עוצמה יחסית	1	$1.23 \cdot 10^{36}$
פעילות גומלין	משיכה	משיכה (מטענים הפוכי סימן) דחייה (מטענים שווי סימן)
אופי הפעילות	פועל מרחוק, לאורך הקו המחבר בין המסות.	פועל מרחוק, לאורך הקו המחבר בין המטענים.
מה הוא מסביר	תנועת גרמי שמים ותנועת גופים עליהם או סביבם.	מבנה ותכונות החומר, גלים אלקטרומגנטיים, מגנטיות ועוד.

הכוח החשמלי ומבנה החומר

הכוחות החשמליים מסבירים את תכונות החומר, כגון חוזק, אלסטיות, פלסטיות, מצב צבירה, שהן תוצאה של הכוח החשמלי הפועל בין המטענים החשמליים שבתוך החומר. הם מסבירים גם כוחות כמו הנורמל, האלסטיות והחיכוך.

הכוח החשמלי מסביר גם את מבנה החומר. הכוח החשמלי הפועל בין חלקיקי היסוד של החומר (הפרוטון והאלקטרון) מאפשר קיום אטומים, שעקב פעולת כוחות ביניהם יוצרים מולקולות המרכיבות מגוון רחב ובלתי מוגבל של חומרים שונים שיציבותם ותכונותיהם נקבעות על ידי הכוח החשמלי.

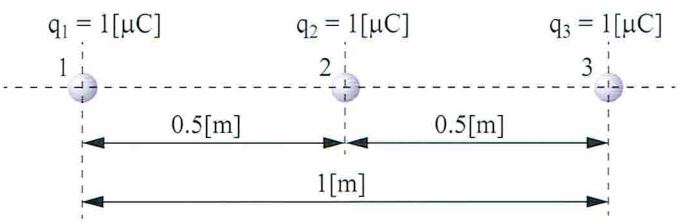
עקרון הסופרפוזיציה של הכוחות החשמליים

עקרון הסופרפוזיציה מתקיים גם לגבי כוחות חשמליים, ומאפשר לנו לטפל בבעיות שבהן פועלים כוחות חשמליים בין שלושה או יותר גופים טעונים במטענים חשמליים. בהתאם לחוק זה, הכוח בין כל שני מטענים נקודתיים אינו מושפע מנוכחותו של מטען נוסף. לכן בעת טיפול בכוחות הפועלים בין יותר משני מטענים, מחשבים את הכוחות הפועלים בין כל שני מטענים בנפרד, ללא התייחסות למטענים האחרים.

סיכום

1. הכוח החשמלי הוא **כוח יסודי חזק** בהרבה מכוח הכבידה. הוא מופיע לעתים ככוח משיכה ולעתים ככוח דחייה.
2. קיימים שני סוגים של מטען חשמלי, האחד נקרא (כפי שנקבע בעבר באופן שרירותי) **חיובי** והאחר **שלילי**.
3. האטום בנוי מגרעין דחוס הנמצא במרכזו, וסביבו נעים אלקטרונים בעלי מסה קטנה מאוד הנושאים מטען חשמלי יסודי שלילי.
4. בגרעין האטום נמצאים חלקיקים משני סוגים הנקראים **נוקליאונים**: **פרוטונים** ו**נויטרונים**. לפרוטונים יש מטען חשמלי חיובי, והנויטרונים הם חסרי מטען חשמלי.
5. באטום או בחומר ניטרלי (כלומר לא טעון), מספרם של הפרוטונים שווה בדיוק למספרם של האלקטרונים.
6. כל גוף טעון מושך (נמשך אל) גוף ניטרלי בגלל תופעת **הקיטוב על ידי השראה חשמלית**.
7. קיימות שלוש שיטות טעינה חשמלית, שלכולן מנגנון טעינה על ידי הפרדת מטענים: **מגע** של גוף טעון בגוף ניטרלי, **שפשוף** גוף מבדד ו**השראה חשמלית**.
8. בכל התהליכים של טעינת גופים מתקיים אחד מחוקי השימור החשובים בפיזיקה, **חוק שימור המטען החשמלי**, שלפיו המטען הכולל במערכת סגורה הוא קבוע.
9. **חוק קולון** קובע שעוצמתו של הכוח הפועל בין מטענים נקודתיים נמצאת ביחס ישר לגודלם של המטענים וביחס הפוך לריבוע המרחק ביניהם, ובאופן מתמטי: $F_E = k\frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}$.
   א. הקבוע k שווה לכוח הפועל בין שני מטענים של 1 קולון, שנמצאים במרחק של 1 מטר זה מזה, וערכו: $k = 9 \cdot 10^9 \left[\frac{N \cdot m^2}{C^2}\right]$
   ב. הכוח החשמלי, כמו כל הכוחות האחרים שהכרנו, הוא גודל וקטורי.
   ג. בביטוי לחוק קולון מציבים את גודל המטענים ללא סימניהם. לכן הביטוי לחוק קולון נותן את **גודל הכוח** בלבד.
   ד. כיוון הכוח החשמלי נקבע על פי סימני המטענים: דחייה – שני המטענים חיוביים או שליליים; משיכה – אם אחד המטענים חיובי והשני שלילי.
10. בהתאם לעקרון הסופרפוזיציה של הכוחות החשמליים, הכוח בין כל שני מטענים נקודתיים אינו מושפע מנוכחותו של מטען נוסף.
11. הכוחות החשמליים מסבירים את תכונות החומר, כגון חוזק, אלסטיות, פלסטיות, מצב צבירה, וכן כוחות כמו נורמל, אלסטיות וחיכוך.

דוגמה מספר (1)

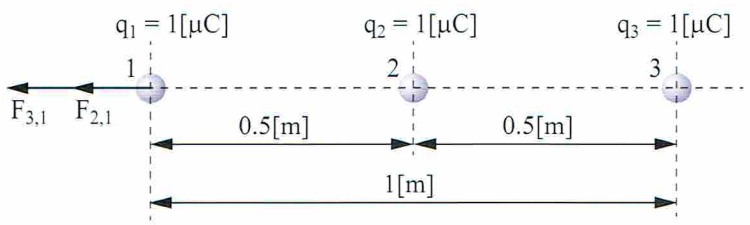


על ישר נמצאים שלושה חלקיקים טעונים במטענים חיוביים שווים, כל אחד בן $1[\mu C]$.

חשבו את הכוח החשמלי השקול הפועל על כל מטען וציינו את כיוונו.

פתרון דוגמה מספר (1)

ניתוח כוחות על **חלקיק 1**:



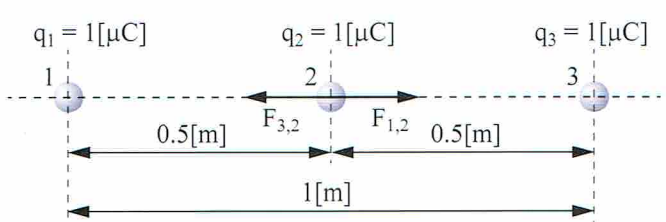
$$F_{2,1} = k\frac{|q_2|\cdot|q_1|}{r^2} = 9\cdot10^9\cdot\frac{1\cdot10^{-6}\cdot1\cdot10^{-6}}{0.5^2} = 0.036[N]$$

$$F_{3,1} = k\frac{|q_3|\cdot|q_1|}{r^2} = 9\cdot10^9\cdot\frac{1\cdot10^{-6}\cdot1\cdot10^{-6}}{1^2} = 0.009[N]$$

$$F_1 = F_{2,1} + F_{3,1} = 0.036 + 0.009 = 0.045[N]$$

כל הכוחות מכוונים שמאלה.

ניתוח כוחות על **חלקיק 2**:

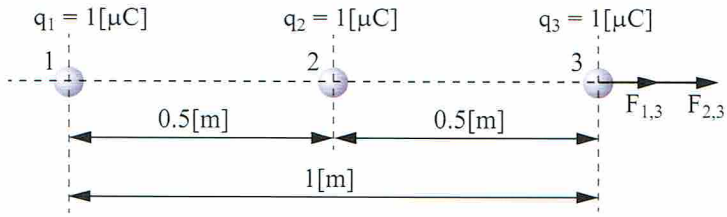


$$F_{1,2} = k\frac{|q_1|\cdot|q_2|}{r^2} = 9\cdot10^9\cdot\frac{1\cdot10^{-6}\cdot1\cdot10^{-6}}{0.5^2} = 0.018[N] \ (\text{ימינה})$$

$$F_{3,2} = k\frac{|q_3|\cdot|q_2|}{r^2} = 9\cdot10^9\cdot\frac{1\cdot10^{-6}\cdot1\cdot10^{-6}}{0.5^2} = 0.018[N] \ (\text{שמאלה})$$

$$\vec{F}_1 = \vec{F}_{1,2} + \vec{F}_{3,2} = 0.018 - 0.018 = 0$$

ניתוח כוחות על **חלקיק 3**:



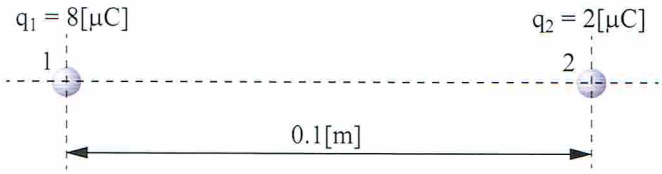
$$F_{1,3}= k\frac{|q_1|\cdot|q_3|}{r^2} = 9\cdot10^9\cdot\frac{1\cdot10^{-6}\cdot1\cdot10^{-6}}{1^2} = 0.009[N] \text{ (ימינה)}$$

$$F_{2,3}= k\frac{|q_2|\cdot|q_3|}{r^2} = 9\cdot10^9\cdot\frac{1\cdot10^{-6}\cdot1\cdot10^{-6}}{0.5^2} = 0.036[N] \text{ (ימינה)}$$

$$\vec{F}_3=\vec{F}_{1,3}+\vec{F}_{2,3}= 0.009+0.036 = 0.045[N] \text{ (ימינה)}$$

דוגמה מספר (2)

שני מטענים נקודתיים $q_1=8\cdot10^{-6}[C]$ ו-$q_2=2\cdot10^{-6}[C]$, נמצאים במרחק 10 ס"מ זה מזה.

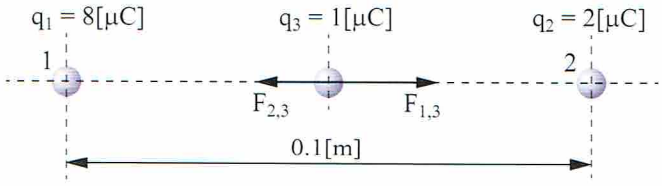


א. מהו הכוח השקול שיפעל על מטען שלישי $q_3=1\cdot10^{-6}[C]$, אם יימצא במחצית המרחק בין שני המטענים הנ"ל?

ב. באיזו נקודה יש לשים את המטען q_3 כדי שהכוח השקול שיפעל עליו יתאפס?

פתרון דוגמה מספר (2)

א.

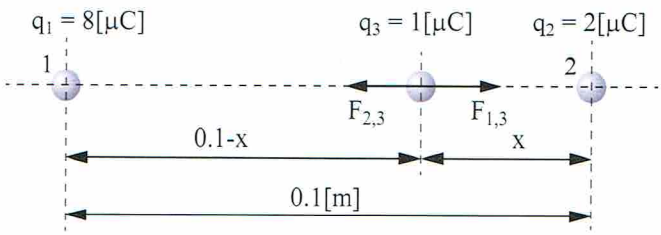


$$F_{1,3}= k\frac{|q_1|\cdot|q_3|}{r^2} = 9\cdot10^9\cdot\frac{8\cdot10^{-6}\cdot1\cdot10^{-6}}{0.05^2} = 28.8[N] \text{ (ימינה)}$$

$$F_{2,3}= k\frac{|q_2|\cdot|q_3|}{r^2} = 9\cdot10^9\cdot\frac{2\cdot10^{-6}\cdot1\cdot10^{-6}}{0.05^2} = 7.2[N] \text{ (שמאלה)}$$

$$\vec{F}_3=\vec{F}_{1,3}+\vec{F}_{2,3}= 28.8-7.2 = 21.6[N] \text{ (ימינה)}$$

ב.



$$F_{1,2} = k\frac{|q_1|\cdot|q_2|}{r^2} = 9\cdot10^9\cdot\frac{8\cdot10^{-6}\cdot1\cdot10^{-6}}{(0.1-x)^2} \quad (\text{ימינה})$$

$$F_{3,2} = k\frac{|q_3|\cdot|q_2|}{r^2} = 9\cdot10^9\cdot\frac{2\cdot10^{-6}\cdot1\cdot10^{-6}}{x^2} \quad (\text{שמאלה})$$

נשווה בין הכוחות כדי למצוא באיזה מקום מתאפס שקול הכוחות:

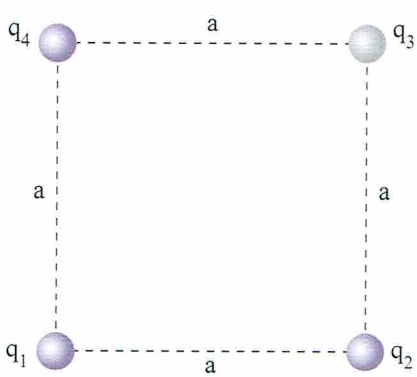
$$9\cdot10^9\cdot\frac{8\cdot10^{-6}\cdot1\cdot10^{-6}}{(0.1-x)^2} = 9\cdot10^9\cdot\frac{2\cdot10^{-6}\cdot1\cdot10^{-6}}{x^2}$$

$$\frac{8}{(0.1-x)^2} = \frac{2}{x^2} \Rightarrow \frac{x^2}{(0.1-x)^2} = \frac{2}{8} \Rightarrow \frac{x}{0.1-x} = \sqrt{\frac{2}{8}}$$

$$x = 0.033[m]$$

יש לשים את המטען q_3 במרחק של $0.033[m]$ מהמטען q_2, כדי שהכוח השקול שיפעל עליו יתאפס.

דוגמה מספר (3)



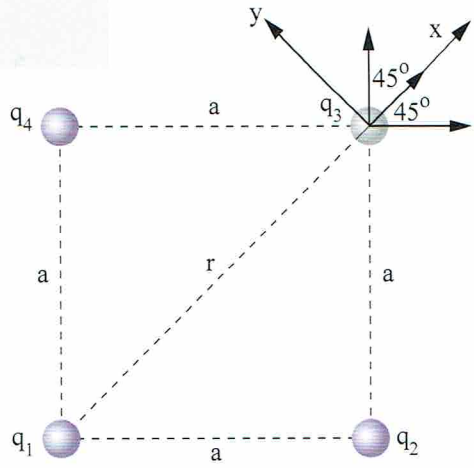
ארבעה מטענים זהים נמצאים על הקודקודים של ריבוע שאורך צלעו a. ערכי המטענים הם: $q=q_4=q_3=q_2=q_1$.

א. מהו הכוח השקול (גודל וכיוון) הפועל על המטען q_3?

ב. מהו הכוח השקול (גודל וכיוון) שיפעל על המטען q_3 אם יוצב במרכז הריבוע?

ג. מחזירים את המטען q_3 למקומו המקורי שבפינה. מהו הכוח (גודל וכיוון) שיפעל על מטען נוסף $q_5=q$ אם יוצב במרכז הריבוע?

פתרון דוגמה מספר (3)



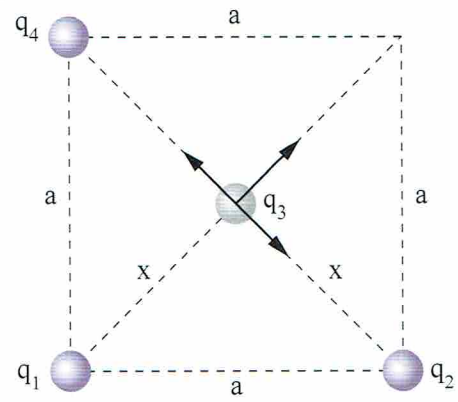
א. משיקולי נוחות נקבע את ציר ה-x על קו האלכסון. משיקולי סימטריה, הכוח בכיוון y הוא אפס.

$$r = \sqrt{a^2 + a^2} = \sqrt{2} \cdot a$$

$$F_x = 2 \cdot k \frac{q^2}{a^2} \cdot \cos 45° + k \frac{q^2}{(\sqrt{2} \cdot a)^2}$$

$$F = k \frac{q^2}{a^2} \cdot (\frac{\sqrt{2}}{2} + 1)$$

ב.

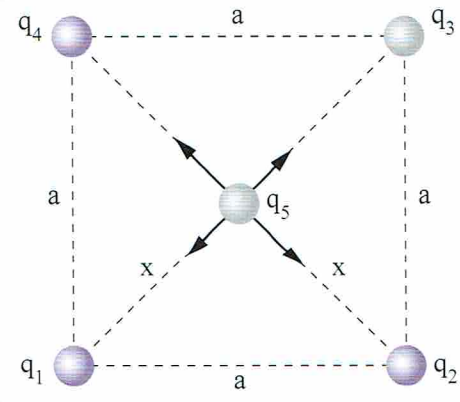


$$a^2 = x^2 + x^2$$

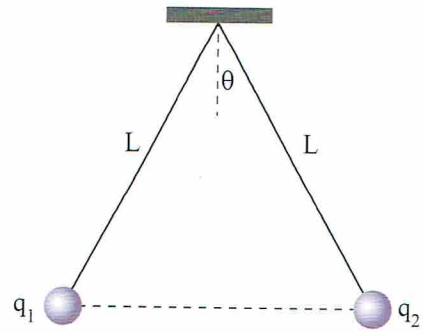
$$x = \frac{a}{\sqrt{2}}$$

$$F = k \frac{q^2}{(\frac{a}{\sqrt{2}})^2} = 2k \frac{q^2}{a^2}$$

ג. $\sum F = 0$



דוגמה מספר (4)



שני כדורי מתכת קטנים זהים תלויים באמצעות שני חוטים מבדדים. מסת כל כדור היא $m=0.04[kg]$ ואורך החוטים $L=1.4[m]$. כאשר החוטים יוצרים זווית $\theta=5°$ עם האנך, המטענים נמצאים בשיווי משקל.

נתון כי: $q_1=q_2=q$.

א. האם המטענים שווי סימן או שוני סימן?

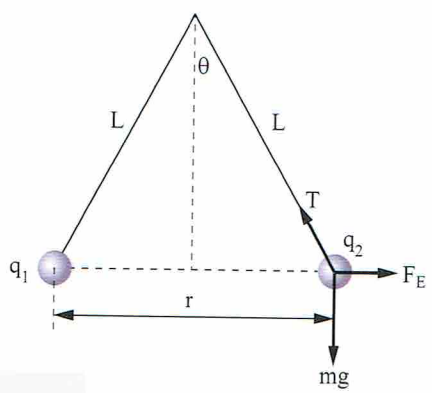
ב. מהו גודל המטען q?

ג. כעת נניח שמעבירים חלק ממטענו של הכדור הימני אל הכדור השמאלי ומייצבים את המערכת בשיווי משקל חדש.

הוכיחו שזווית הפרישה של הכדור הימני תהיה שווה לזווית הפרישה של הכדור השמאלי.

ד. האם זווית הפרישה החדשה תהיה גדולה/שווה/קטנה מ-5 מעלות? נמקו.

פתרון דוגמה מספר (4)



א. המטענים הם שווי סימן, הכדורים דוחים זה את זה.

ב.

$$\sum F_x = 0$$

$$T\sin\theta = F_E = k\frac{|q_1|\cdot|q_2|}{r^2} = k\frac{|q_1|\cdot|q_2|}{(2L\sin\theta)^2}$$

$$\sum F_y = 0$$

$$T\cos\theta = mg$$

$$tg\theta = \frac{F_E}{mg} = \frac{k\cdot q^2}{mg\cdot(2L\sin\theta)^2}$$

$$q = \sqrt{\frac{tg\theta\cdot mg\cdot(2L\sin\theta)^2}{k}}$$

$$q = \sqrt{\frac{tg5^\circ\cdot 0.04\cdot 10\cdot(2\cdot 1.4\sin 5^\circ)^2}{9\cdot 10^9}}$$

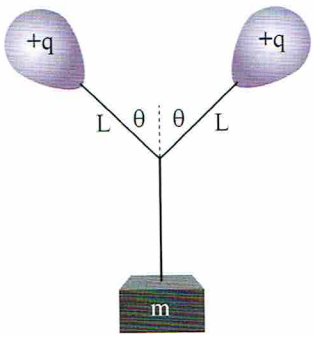
$$q = 4.81\cdot 10^{-7}[C]$$

ג. זוויות הפרישה תהיינה שוות משום שהכוח החשמלי תלוי במכפלת המטענים q_1, q_2. כלומר, הוא אותו כוח לגבי שני החלקיקים, כוח הכובד עבורם שווה משום שהמסה שלהם שווה .

$$tg\theta = \frac{F_E}{mg} = \frac{k\cdot q^2}{mg\cdot(2L\sin\theta)^2}$$

ד. הכוח החשמלי תלוי במכפלת המטענים q_1, q_2 והיה שווה בהתחלה ל-q^2, ועתה הוא שווה ל- $(q+n)(q-n)=q^2-n^2$, מכאן שהכוח החשמלי קטן. כוח הכבידה הפועל על המטענים שווה מכיוון שהמסה שלהם שווה, לפיכך זווית הפרישה החדשה תהיה קטנה מ-5 מעלות.

דוגמה מספר (5)

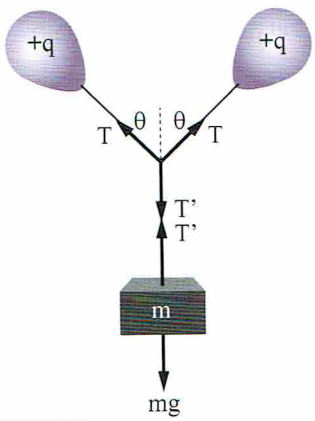


שני בלונים הטעונים במטען $+q$ כל אחד, קשורים למסה m באמצעות שני חוטים שאורך כל אחד מהם L. החוטים יוצרים כל אחד זווית θ ביחס לאנך. (על הבלונים פועל כלפי מעלה כוח עילוי). נתונים: k, m, g, L, θ.

א. בטאו את גודל המטען q במצב שבו המערכת נמצאת בשיווי משקל.

ב. בהזנחת מסת הבלונים, חשבו את גודלו וכיוונו של כוח העילוי הפועל על כל בלון.

פתרון דוגמה מספר (5)



א. מתרשים הכוחות הפועלים על המשקולת:

$$\sum F_y = 0$$

$$T' = mg$$

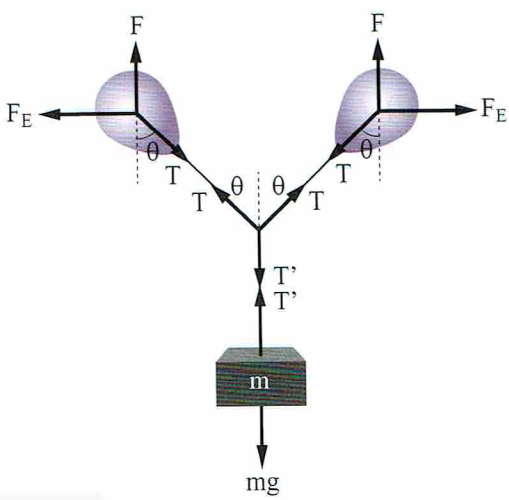
מתרשים הכוחות הפועלים על נקודת החיבור בין החוטים:

$$\sum F_y = 0$$

$$2T\cos\theta - T' = 0$$

$$2T\cos\theta = T' = mg \Rightarrow T = \frac{mg}{2\cos\theta}$$

נתבונן בכוחות הפועלים על אחד הבלונים (מטעמי סימטריה, מספיק להתבונן באחד מהם, שהרי הכוחות על הבלון השני זהים בגודלם). רכיב המתיחות בציר האופקי שווה לכוח הדחייה החשמלי בין הבלונים:



$$\sum F_x = 0$$

$$T\sin\theta = F_E = k\frac{|q_1|\cdot|q_2|}{r^2} = k\frac{q^2}{(2L\sin\theta)^2}$$

$$\frac{mg}{2\cos\theta}\cdot\sin\theta = k\frac{q^2}{(2L\sin\theta)^2}$$

$$\frac{mg}{2}\cdot\tan\theta = k\frac{q^2}{(2L\sin\theta)^2}$$

$$q = L\sin\theta\cdot\sqrt{\frac{2mg\cdot\tan\theta}{k}}$$

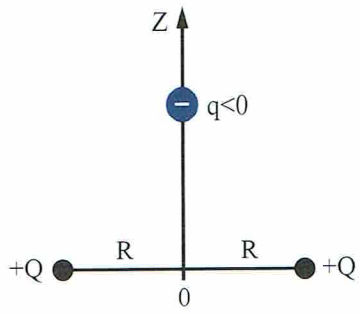
ב. נסמן ב-F את כוח העילוי הפועל על כל בלון.
רכיב המתיחות בציר האנכי על אחד מהבלונים:

$$\sum F_y = 0$$

$$F - T\cos\theta = 0$$

$$F = T\cos\theta = \frac{mg}{2\cos\theta}\cdot\cos\theta = \frac{mg}{2}$$

דוגמה מספר (6)



בתרשים שלפניכם מתוארת מערכת שבה שני חלקיקים טעונים במטענים חיוביים שווים $+Q$ המוחזקים אל משטח אופקי וחלק. ציר z מוגדר כך: ראשיתו נמצאת באמצע המרחק בין המטענים וכיוונו החיובי כלפי מעלה. מרחק כל חלקיק מראשית הצירים הוא R.

מניחים על ציר z חלקיק קטן שמסתו m הטעון במטען **שלילי** q- ממרחק כלשהו מראשית הצירים.

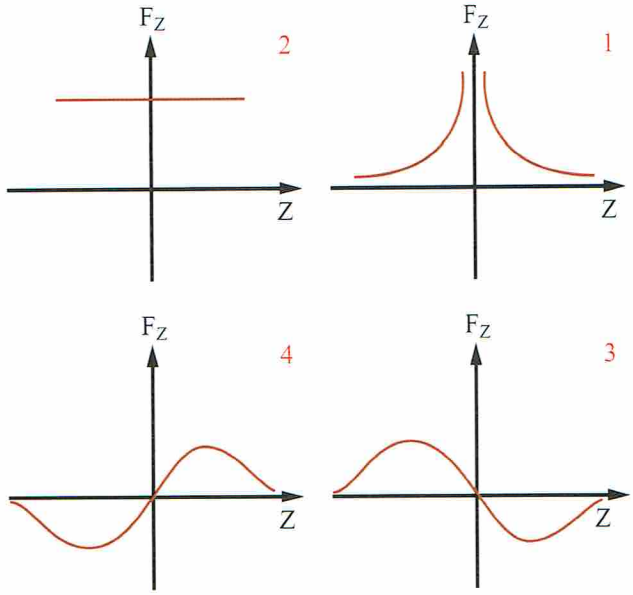
א. ציינו מהו הכיוון של הכוח החשמלי השקול על המטען q בכל הנקודות ששיעורן: [1] $z<0$ [2] $z>0$, נמקו.

ב. מהו הכוח השקול הפועל על החלקיק אם הוא מונח במרכז הטבעת ($z=0$)? מה משמעות התוצאה?

ג. מהו הכוח השקול הפועל על החלקיק אם הוא מונח בנקודה הרחוקה מאוד מן הטבעת $z>>R$? מה משמעות התוצאה?

ד. לפניכם ארבעה גרפים (1) – (4).

איזה מבין ארבעת הגרפים יכול לתאר את הכוח החשמלי הפועל על החלקיק לאורך ציר z, כפונקציה של z? נמקו.



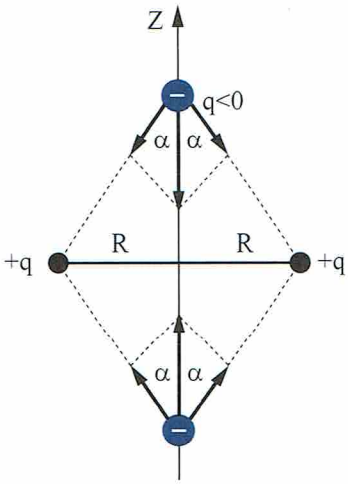
ה. (*) הראו כי כאשר $z<<R$ החלקיק יבצע תנועה הרמונית פשוטה.

פתרון דוגמה מספר (6)

א. הכוח החשמלי הפועל על המטען השלילי q:

[1] שני החלקיקים הטעונים שווים בגודל מטענם ובמרחקם מהנקודה, מכאן שעוצמת הכוח החשמלי שווה מצד כל מטען. מאחר שבציר האופקי רכיבי הכוח מתאפסים, הכוח השקול מכוון לכיוון ציר ה-z השלילי.

[2] גם במקרה הזה רכיבי הכוח בציר האופקי מתאפסים, אך הכוח השקול מכוון לכיוון ציר ה-z החיובי.



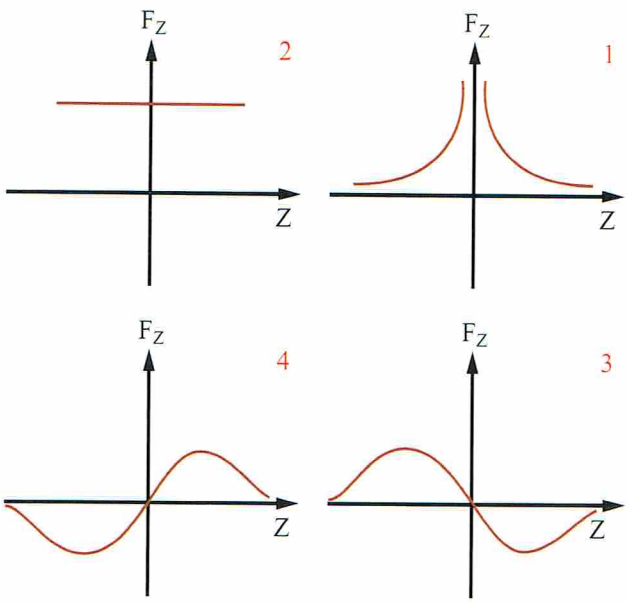
ב. כאשר $z=0$ מתקבל: $F=0$, כלומר זוהי נקודת שיווי המשקל של המערכת. משמעות התוצאה היא שאם נניח חלקיק טעון במרכז הטבעת, לא יפעל עליו כוח.

ג. כאשר החלקיק מונח בנקודה הרחוקה מאוד מן הטבעת, הכוונה היא ש-z הרבה יותר גדול מהרדיוס $z>>R, R$.
נציב בביטוי שמצאנו בסעיף הקודם ומכאן, שהכוח השקול הפועל על חלקיק הוא:

$$F_z = -k\cdot q\cdot Q\cdot\frac{Z}{\left(Z^2+R^2\right)^{\frac{3}{2}}} = -k\cdot q\cdot Q\cdot\frac{Z}{Z^{2\left(\frac{3}{2}\right)}} = -\frac{k\cdot q\cdot Q}{Z^2}$$

קיבלנו ביטוי המזכיר את חוק קולון לשני מטענים נקודתיים. המשמעות היא שבמרחק רב מהמטענים נוכל להתייחס אליהם כאל מטען נקודתי ה"מרוכז" במרכז מערכת הצירים.

ד. מבין ארבעת הגרפים, הגרף היחיד שיכול לתאר את הכוח החשמלי הפועל על החלקיק לאורך ציר Z, כפונקציה של Z, הוא גרף 3. בגרף זה הכוח מתאפס כשהחלקיק במרכז הטבעת, וגם מתקיים: $F_z<0$ עבור $Z>0$ ו-$F_z>0$ עבור $Z<0$ (החלקיק נושא מטען שלילי).



ה. (*) כאשר $z<<R$,
הביטוי: $-k\cdot q^2\cdot\frac{Z}{\left(Z^2+R^2\right)^{\frac{3}{2}}}$

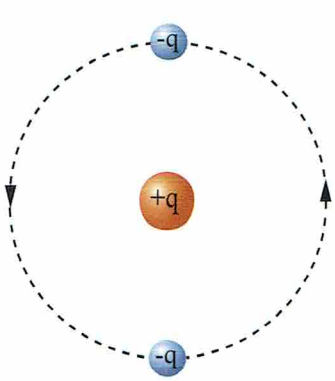
שווה ל:

$$F_z = -k\cdot q^2\cdot\frac{Z}{\left(R^2\right)^{\frac{3}{2}}} = -\frac{k\cdot q^2}{R^3}\cdot Z = -C\cdot Z$$

כאשר C מסמל גודל קבוע.

קיבלנו כי הכוח השקול במקרה זה נמצא ביחס ישר להעתק החלקיק מנקודת שיווי המשקל, ולכן זוהי תנועה הרמונית פשוטה.

דוגמה מספר (7)



שני חלקיקים נקודתיים, בעלי מסה m ומטען $q<0$ כל אחד, מבצעים תנועה מעגלית שרדיוסה R סביב חלקיק שמטענו $q>0$, כך שהמרחק ביניהם נותר קבוע.
נתונים: m, q, R, k.

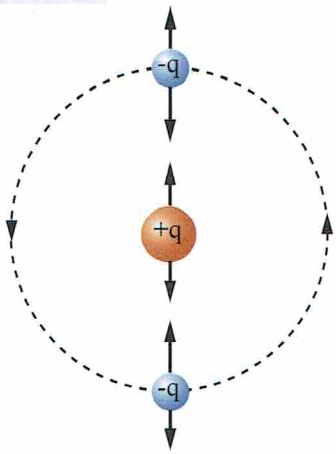
א. מהו הכוח החשמלי השקול (גודל וכיוון) הפועל על כל אחד משני החלקיקים המסתובבים?

ב. מה הכוח החשמלי השקול הפועל על המטען q+?

ג. מהי מהירות החלקיקים המסתובבים?

ד. מהי האנרגיה הקינטית של שני החלקיקים המסתובבים?

פתרון דוגמה מספר (7)



א. מאחר שהחלקיקים נעים בתנועה מעגלית, הכוח מכוון לעבר מרכז המעגל, ולכן הכוח החשמלי ביניהם מהווה את הכוח הרדיאלי בתנועה זו:

$$\sum F_R = \frac{kqq}{r^2} - \frac{kqq}{(2r)^2} = \frac{3kq^2}{4r^2}$$

ב. הכוח החשמלי השקול על q+ שווה לאפס (משיכה שווה משני המטענים).

ג. על פי החוק השני של ניוטון, בתנועה מעגלית:

$$\sum F_R = ma_R$$

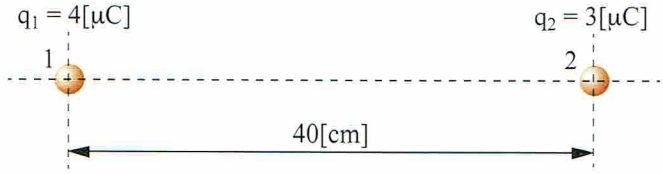
$$\frac{3kq^2}{4r^2} = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{3}{4}\frac{kq^2}{mr}}$$

ד.

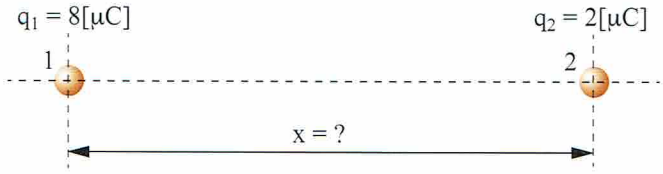
$$E_k = 2 \cdot \frac{mv^2}{2} = 2 \cdot \frac{m \cdot \frac{3}{4}\frac{kq^2}{mr}}{2} = \frac{3}{4}\frac{kq^2}{r}$$

תרגילים

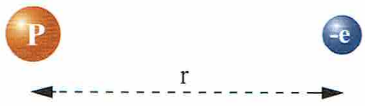
1. שני מטענים נקודתיים, האחד של $4[\mu C]$ והשני של $3[\mu C]$, נמצאים במרחק 40 ס"מ זה מזה. מהו גודל כוח הדחייה החשמלי הפועל ביניהם?



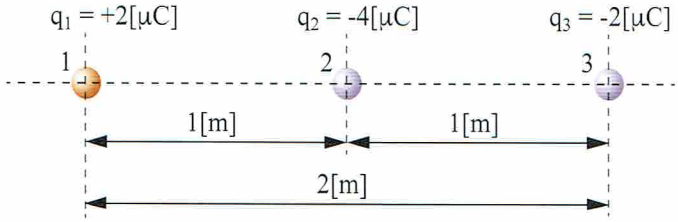
2. מה המרחק בין שני כדורים זעירים הטעונים במטען זהה של $2\cdot10^{-6}[C]$ כל אחד, אם ידוע שהם מפעילים זה על זה כוח דחייה של $5.625\cdot10^{-2}[N]$?



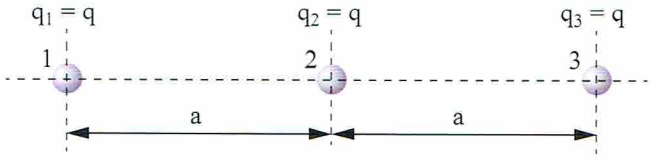
3. חשבו את היחס בין הכוח החשמלי לבין כוח הכבידה שמפעילים פרוטון ואלקטרון זה על זה.



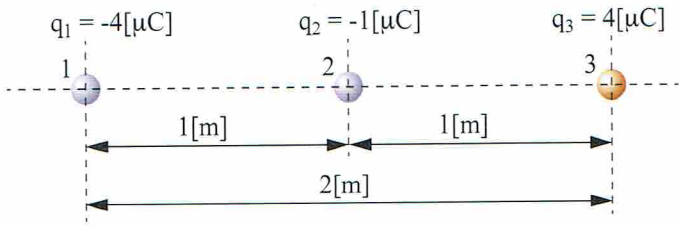
4. על ישר נמצאים שלושה מטענים כמתואר באיור.
חשבו את הכוח החשמלי השקול הפועל על כל מטען וציין את כיוונו.



5. על קו ישר מונחים שלושה מטענים זהים $q_1=q_2=q_3=q$ במרחקים שווים a זה מזה.
מהו הכוח שפועל על כל מטען?



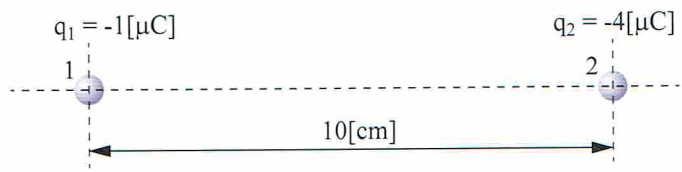
6. שני מטענים נקודתיים של $q_3=4[\mu C]$ ו- $q_1=-4[\mu C]$ נמצאים במרחק של 2 מטרים זה מזה.



א. מהו הכוח השקול שיפעל על מטען שלישי של $q_2=-1[\mu C]$, הנמצא במרחק של 1 מטר מכל אחד מהמטענים?

ב. מהו הכוח השקול (גודל וכיוון) הפועל על: [1] המטען הימני? [2] המטען השמאלי?

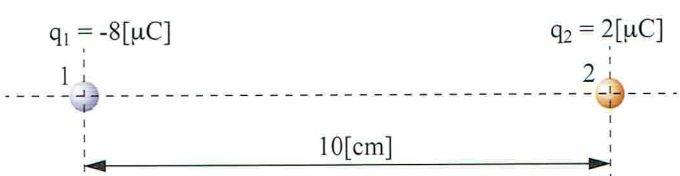
7. שני מטענים נקודתיים $q_1=-1\cdot10^{-6}[C], q_2=-4\cdot10^{-6}[C]$ נמצאים במרחק 10 ס"מ זה מזה.



א. מהו הכוח השקול, שיפעל על מטען שלישי $q_3=1\cdot10^{-6}[C]$ אם יימצא בחצי המרחק בין שני המטענים?

ב. באיזו נקודה יש למקם את המטען q_3 על מנת שהכוח השקול שיפעל עליו יתאפס?

8. שני מטענים נקודתיים: $q_2=2\cdot10^{-6}[C]$, $q_1=-8\cdot10^{-6}[C]$ נמצאים במרחק 10 ס"מ זה מזה.

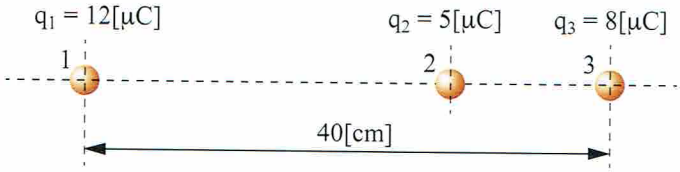


א. מהו הכוח השקול שיפעל על מטען שלישי $q_3=1\cdot10^{-6}[C]$, אם יימצא בחצי המרחק בין שני המטענים?

ב. באיזו נקודה יש לשים את המטען q_3 כדי שהכוח השקול שיפעל עליו יתאפס?

ג. במצב המתואר בסעיף הקודם, מהו הכוח השקול הפועל על כל אחד מהמטענים q_1 ו-q_2?

9. שני מטענים נקודתיים של $q_3=8[\mu C]$ ו- $q_1=12[\mu C]$ נמצאים במרחק של 40 ס"מ זה מזה.



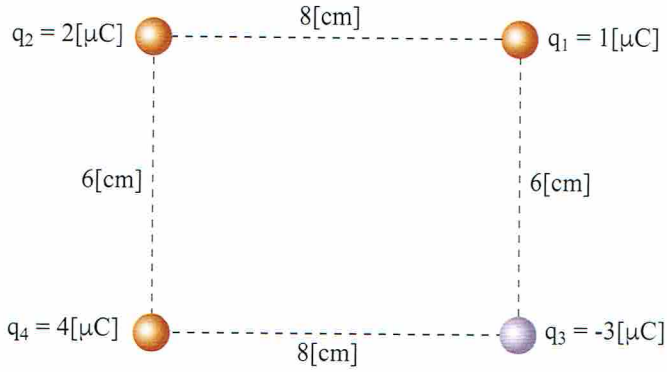
א. היכן לאורך הקו המחבר ביניהם יש להניח מטען של $q_2=5[\mu C]$, כדי שהוא יישאר במקום?

ב. כיצד תשתנה תשובתכם אם המטען הוא של $-5[\mu C]$?

ג. כיצד תשתנה תשובתכם אם המטען הוא של $4[\mu C]$?

ד. מהי המסקנה מתשובותיכם לסעיפים הקודמים?

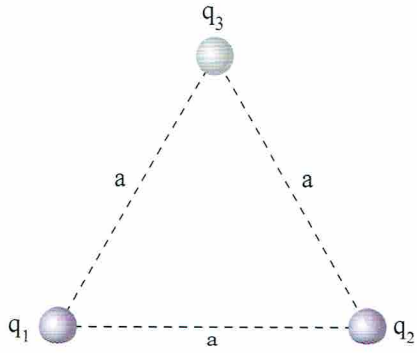
10. בארבעת קודקודיו של מלבן מצויים מטענים חשמליים. חשבו את הכוח החשמלי המופעל על מטען q_2.



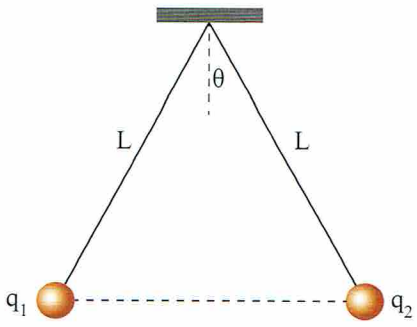
11. שלושה מטענים זהים נמצאים על הקודקודים של משולש שווה צלעות שאורך צלעו a. ערכי המטענים הם: $q=q_3=q_2=q_1$.

א. מצאו את הכוח השקול (גודל וכיוון) הפועל על המטען q_3.

ב. היכן יש להציב מטען נוסף q, כך שהכוח השקול על q_3 יהיה שווה אפס?



12. שני חלקיקים בעלי מסה m כל אחד, תלויים על שני חוטים דקים וחסרי מסה בעלי אורך L. טוענים את החלקיקים במטענים חיוביים q_1, q_2. כתוצאה מהדחייה ההדדית פורשים החוטים ויוצרים זוויות שוות θ ביחס לאנך, כמתואר בתרשים. יש להתחשב בכוח הכובד. נתונים: g, q_1, q_2, L, m.

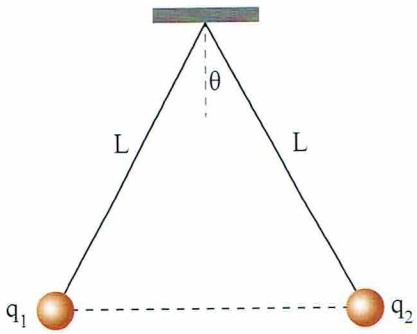


א. הסבירו מדוע זוויות הפרישה שוות, למרות המטענים השונים.

ב. רשמו משוואות המאפשרות לחשב את זווית הפרישה θ (אין צורך לפתור אותן).

13. שני כדורי מתכת קטנים זהים תלויים באמצעות שני חוטים מבדדים. מסת כל כדור היא m ואורך החוטים $L=0.8[m]$. כאשר החוטים יוצרים זווית $\theta=8°$ עם האנך, המטענים נמצאים בשיווי משקל. נתון כי: $q_1=q_2=5\cdot10^{-7}[C]$.

מהי המסה m של כל אחד מהכדורים?

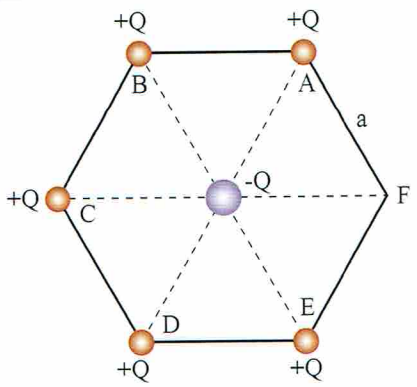


14. בכל אחד מחמשת הקודקודים A, B, C, D ו-E של משושה משוכלל שאורך צלעו a, נמצא מטען נקודתי חיובי $+Q$, בקודקוד F אין מטען. במרכז הסימטריה O של המשושה נמצא מטען שלילי $-Q$.

בטאו את תשובותיכם לשאלות באמצעות נתוני השאלה.

א. מהו הכוח החשמלי השקול (גודל וכיוון) הפועל על המטען $-Q$ הנמצא במרכז הסימטריה O של המשושה?

ב. מציבים מטען נוסף $+2Q$ בקודקוד F של המשושה. האם ישתנה גודלו של הכוח החשמלי השקול הפועל על המטען $-Q$ הנמצא במרכז הסימטריה O של המשושה? נמקו.



15. שני כדורים מוליכים ניטרליים זהים נמצאים במגע זה עם זה. לצורך טעינתם על ידי השראה, מקרבים אליהם מוט זכוכית הטעון במטען חיובי.

א. העתיקו את התרשים וסמנו עליו את התפלגות המטענים על כל אחד מהכדורים.

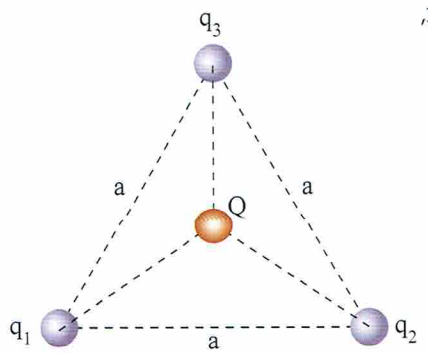
ב. האם המוט מפעיל כוח חשמלי על הכדור? נמקו.

ג. מרחיקים את הכדור השמאלי מהכדור הימני. האם הכוח החשמלי הפועל בין הכדור הימני למוט גדל, קטן או לא משתנה בעקבות הרחקת הכדור השמאלי?

ד. לאחר סילוק המוט, סמנו את התפלגות המטענים על כל אחד מהכדורים.

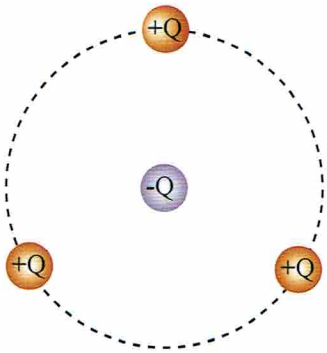
16. שלושה מטענים של q- נמצאים בקודקודיו של משולש שווה צלעות בעל צלע r, ומטען Q חיובי במרכז המשולש.

מה צריך להיות ערכו של Q כדי שהכוח על כל אחד מהמטענים יהיה אפס?



17. שלושה חלקיקים קטנים, שמסת כל אחד מהם M ומטען כל אחד מהם $+Q$, נמצאים במרחקים שווים זה מזה.

כל אחד מהחלקיקים מבצע תנועה מעגלית שרדיוסה R סביב חלקיק רביעי שמטענו $-Q$, כמתואר בתרשים.



נתונים: M, Q, R, k.

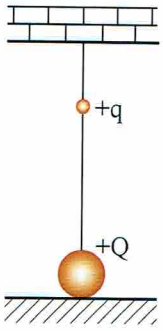
א. מהו גודל הכוח החשמלי השקול הפועל על כל אחד משלושת החלקיקים?

ב. מהו גודל הכוח החשמלי השקול הפועל על החלקיק הרביעי שמטענו $-Q$?

ג. מהי מהירותם המשיקית של החלקיקים המבצעים תנועה מעגלית?

18. חרוז קטן שמסתו m ומטענו $+q$ מושחל על חוט העשוי מחומר מבדד שאורכו r. החוט קשור מצדו האחד לקרקע ומצדו השני לתקרה. ניתן להזניח את החיכוך בין החוט והחרוז.

אל קצהו התחתון של החוט מחובר באופן קבוע כדור קטן שמטענו $+Q$, כמתואר בתרשים.



נתונים: q, Q, m, g, r.

א. מהו המרחק d בין החרוז לבין המטען התחתון Q במצב שבו החרוז נמצא בשיווי משקל?

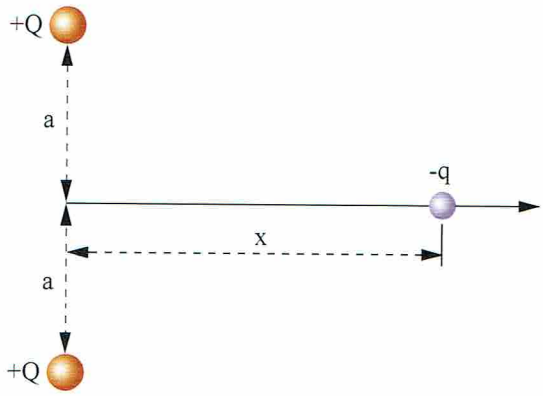
ב. מרחיקים את החרוז ממצב שיווי המשקל שלו בשיעור x (כך שהמרחק בין המטענים הוא $d+x$). מהו הכוח השקול הפועל על החרוז כפונקציה של תזוזת החרוז מנקודת שיווי המשקל (נש"מ) x?

ג. מצאו ביטוי מקורב עבור הכוח שחושב בסעיף ב, בהנחה שהתזוזה מהנש"מ קטנה יחסית ל-d. איזו תנועה יבצע החרוז אם ישוחרר ממנוחה בסמוך מאוד לנש"מ?

19. שני חלקיקים טעונים במטענים חיוביים שווים $+Q$ **צמודים** למשטח אופקי וחלק, כמתואר בתרשים.

מרחק כל חלקיק מראשית הצירים הוא a.

משחררים ממנוחה חלקיק קטן הטעון במטען שלילי $-q$ ממרחק x מראשית הצירים. מסת החלקיק m.

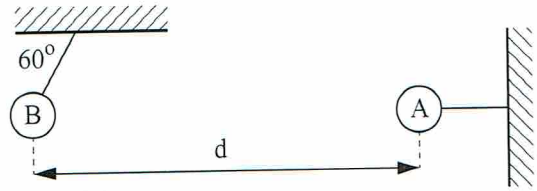


א. מהו הכוח השקול הפועל על החלקיק הנע על המשטח, כאשר הוא נמצא במרחק x כלשהו מראשית הצירים?

ב. איזו תנועה מבצע החלקיק?

ג. הראו כי כאשר $x<<a$ החלקיק יבצע תנועה הרמונית פשוטה. מהו זמן המחזור של תנועה זו עבור $x<<a$?

20. שני כדורים מוליכים A ו-B הנמצאים במנוחה, טעונים במטענים חשמליים שווים זה לזה.



כדור A מוחזק באמצעות מוט אופקי מבדד.

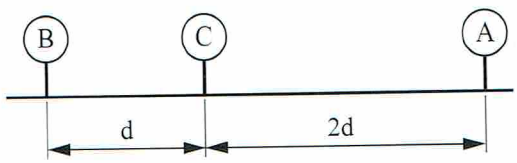
כדור B תלוי בקצה חוט מבדד שקצהו האחר קשור לתקרה.

מרכזי הכדורים נמצאים באותו גובה. כאשר שני הכדורים במצב מנוחה, מרכזיהם נמצאים במרחק $d=0.8[m]$ זה מזה. מסת הכדור B היא $20[gr]$, והחוט שהוא תלוי עליו יוצר זווית של 60° עם התקרה.

א. סרטטו את תרשים הכוחות הפועלים על כדור B. ציינו מי מפעיל את כל אחד מהכוחות.

ב. חשבו את המטען של כל כדור.

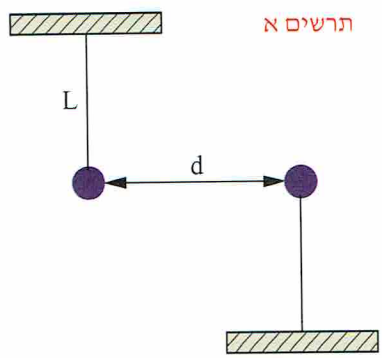
ג. עתה הכדורים טעונים במטענים חיוביים, כך שהמטען של כדור A גדול פי 4 מהמטען של כדור B, ובנוסף ישנו כדור C הטעון במטען חיובי. הכדורים מוחזקים באמצעות מוטות מבדדים, ומרכזי שלושת הכדורים נמצאים לאורך קו ישר, כמתואר בתרשים.



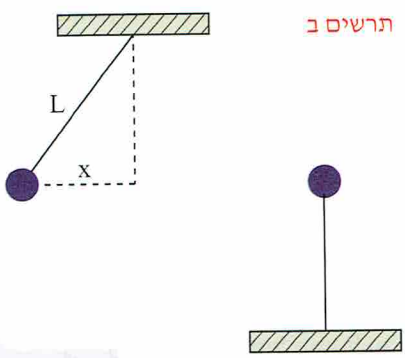
האם שקול הכוחות החשמליים שהכדורים A ו-B מפעילים על כדור C שווה לאפס? נמקו.

21. תלמיד הכין מערכת למדידת מטענים חשמליים. הוא לקח שני כדורים מוליכים קטנים זהים. את האחד הוא תלה בקצה חוט שאורכו L, ואת השני הצמיד לקצה של מוט. הוא התקין את המערכת כך ששני הכדורים היו באותו גובה ובמרחק d זה מזה (ראו תרשים א). החוט והמוט עשויים מחומר מבדד.

תרשים א



תרשים ב



התלמיד טען את שני הכדורים באותו מטען q, וכתוצאה מכך סטה הכדור התלוי בשיעור x (ראו תרשים ב).

התלמיד שינה את d כמה פעמים, ובכל פעם מדד את x. להלן תוצאות מדידותיו:

d[m]	x[m]	r=d+x	$\frac{1}{r^2}$
1.24	0.04		
0.94	0.06		
0.7	0.1		
0.48	0.16		
0.28	0.24		

א. העתיקו את הטבלה והשלימו אותה. סרטטו גרף של x כפונקציה של $\frac{1}{r^2}$.

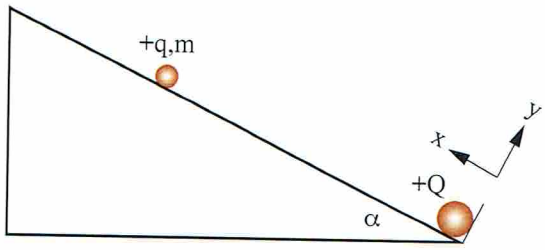
ב. בטאו באמצעות m, g, x, L את גודל כוח הדחייה החשמלי F הפועל בין שני הכדורים כאשר $x<<L$.

ג. הראו כי קיים יחס ישר בין x ל- $\frac{1}{r^2}$. הסתמכו על חוק קולון ועל סעיף ב.

ד. חשבו את המטען q בהסתמך על הגרף שסרטטתם, אם נתון כי: $m=20[gr]$; $L=0.8[m]$.

22. כדור קטן שמסתו m ומטענו q+ נמצא במנוחה על מישור משופע חלק הנטוי בזווית α.

בקצהו התחתון של המישור המשופע מחובר באופן קבוע כדור קטן אחר שמטענו Q+. נתונים: α ,g ,m ,Q ,q.



א. ערכו תרשים כוחות הפועלים על הכדור q+ שנמצא על המישור המשופע.

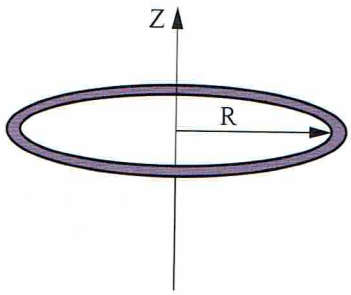
ב. מהו המרחק r בין שני המטענים במצב שבו הכדור נמצא בשיווי משקל?

ג. מרחיקים את הכדור ממצב שיווי המשקל שלו בשיעור x (כך שהמרחק בין המטענים הוא r+x).

הראו כי הכוח השקול הפועל על הכדור כפונקציה של x נתון בביטוי: $\sum F = -k\frac{Qq[x(2r+x)]}{r^2(r+x)^2}$

ד. מצאו ביטוי מקורב עבור הכוח השקול שחושב בסעיף ד, בהנחה שהתזוזה x קטנה יחסית ל-r (x<<r), ותארו את תנועת הכדור אם הוא ישוחרר ממנוחה בסמוך מאוד לנקודת שיווי המשקל.

23. בתרשים שלפניכם מתוארת טבעת מעגלית דקה שרדיוסה R, והיא טעונה באופן אחיד במטען חיובי Q+. ציר z מוגדר כך: ראשיתו נמצאת במרכז הטבעת המעגלית, הוא מאונך למישור הטבעת, וכיוונו החיובי כלפי מעלה.



מניחים מטען נקודתי q- על ציר z במרחק כלשהו ממרכז הטבעת.

א. מהו הכיוון של הכוח החשמלי השקול על המטען q- בכל הנקודות ששיעורן z >0? נמקו.

ב. מהו הכיוון של הכוח החשמלי השקול על המטען q- בכל הנקודות ששיעורן z <0? נמקו.

ג. מהו הכוח השקול הפועל על החלקיק כפונקציה של המרחק z ממרכז הטבעת?

ד. מהו הכוח השקול הפועל על החלקיק אם הוא מונח במרכז הטבעת (z=0)? מה משמעות התוצאה?

ה. מהו הכוח השקול הפועל על החלקיק אם הוא מונח בנקודה הרחוקה מאוד מן הטבעת (ב"אין-סוף")? מה משמעות התוצאה?

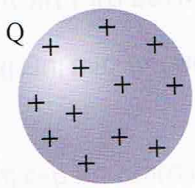
ו. (*) באיזה מרחק ממרכז הטבעת, הכוח הפועל על החלקיק מקסימלי?

2 השדה החשמלי

רקע תיאורטי

קשיים בשימוש בחוק קולון

מבחינה תיאורטית, חוק קולון ועקרון הסופרפוזיציה של הכוחות החשמליים מאפשרים לחשב את השקול הווקטורי של הכוחות שמפעיל **מערך של מטענים חשמליים** בודדים על מטען נקודתי אחר כלשהו. בשיטה זו, בכל פעם שנחליף את המטען הנקודתי ונרצה לחשב את שקול הכוחות הפועלים עליו, נצטרך לחזור על כל החישוב מחדש, מה שמסבך מאוד את התהליך ואינו יעיל.



עוד קושי בשימוש בחוק קולון מתגלה כאשר נרצה לחשב את הכוח שמפעיל מטען רציף, הנמצא על **גוף לא נקודתי**, על מטען נקודתי כלשהו. במקרה כזה **אי אפשר להשתמש בחוק קולון ישירות**, מכיוון שלצורך החישוב נצטרך להתייחס למטען הרציף כאוסף של אינסוף מטענים נקודתיים.

כדי לאפשר חישובים יעילים במקרים כאלה ואחרים, נכיר ונשתמש במושג חשוב ביותר – **השדה החשמלי**.

מהו שדה חשמלי?

כדי להסביר איך מתקיימת אינטראקציה חשמלית בין גופים רחוקים זה מזה ללא מתווך, הציע הפיזיקאי האנגלי **מייקל פרדיי** (Faraday) להשתמש במושג **שדה חשמלי**.

ברגע שמניחים מטען חשמלי בנקודה כלשהי במרחב, **התכונות של המרחב סביבו משתנות**. שינוי זה מתבטא בכך שאם נניח מטען בנקודה אחרת כלשהי במרחב, יפעל עליו כוח חשמלי. **מרחב השפעה** זה סביב המטען החשמלי נקרא **שדה חשמלי**.

מתברר שמושג השדה מאפשר לענות על הבעיות המורכבות שהזכרנו קודם, וגם ממלא תפקיד חשוב ביותר בהבנת האלקטרומגנטיות.

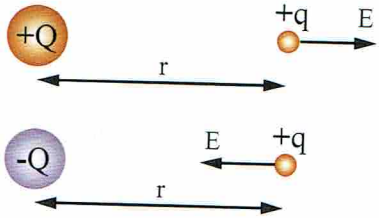
עוצמת השדה החשמלי וכיוונו

עוצמת השדה החשמלי בנקודה כלשהי מוגדרת כ**כוח הפועל על יחידת מטען חיובי** המצויה בנקודה זו, והיא מחושבת כך: $|E| = \frac{|F_E|}{q}$, כאשר q הוא מטען נקודתי **חיובי** ו-F_E הוא הכוח החשמלי הפועל על מטען זה.

כדי למדוד עוצמה של שדה חשמלי משתמשים ב**מטען בוחן**, שהוא מטען נקודתי קטן מספיק, כך שהכנסתו לתוך השדה לא תגרום לשינוי חלוקת המטען יוצר השדה ו/או מקומו (כלומר, ליצירת קיטוב חשמלי או להגדלתו).

מכיוון ש**הכוח החשמלי** הוא **גודל וקטורי**, ומטען חשמלי הוא סקלר, הרי שגם **השדה החשמלי הוא וקטור**, שכיוונו בנקודה כלשהי הוא **ככיוון הכוח החשמלי, הפועל על מטען בוחן חיובי $q+$ המונח באותה נקודה**.

באיור מתוארים כיווני השדה החשמלי במרחק r ממטען נקודתי חיובי $Q+$ וממטען נקודתי שלילי $Q-$.



עקרון הסופרפוזיציה, שבו השתמשנו לחישוב של כוח שקול, תקף כמובן גם לשדות חשמליים, כלומר: $E = \sum_{i=1}^{n} E_i$

יחידת המידה של השדה החשמלי היא: $[E] = \frac{[F_E]}{[q]} = \frac{N}{C}$

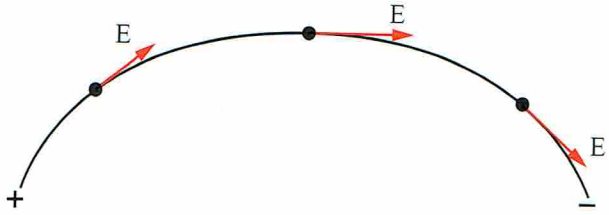
השדה החשמלי סביב מטען נקודתי

נתחיל את דיוננו בשדה החשמלי הפשוט ביותר, שנוצר על ידי מטען בודד Q. לפי חוק קולון, גודל הכוח הפועל על מטען בוחן חיובי $q+$ שנמצא במרחק r מהמטען $Q+$, נתון על ידי: $F = k\frac{Qq}{r^2}$.

נחלק ב-q את המונה ואת המכנה ונקבל: $E = \frac{F}{q} = \frac{k\frac{Qq}{r^2}}{q}$.

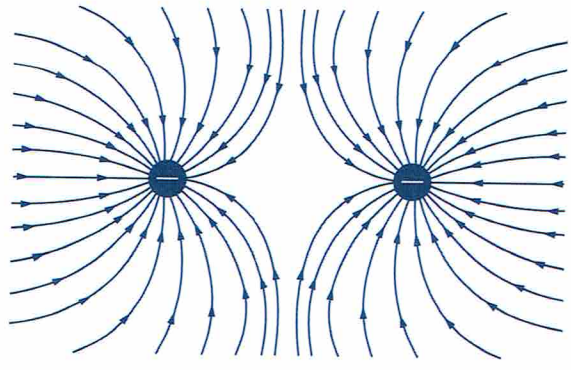
לכן על פי ההגדרה, עוצמת השדה החשמלי הנוצר על ידי המטען Q במרחק r ממנו היא: $E = k\frac{Q}{r^2}$.

קווי שדה

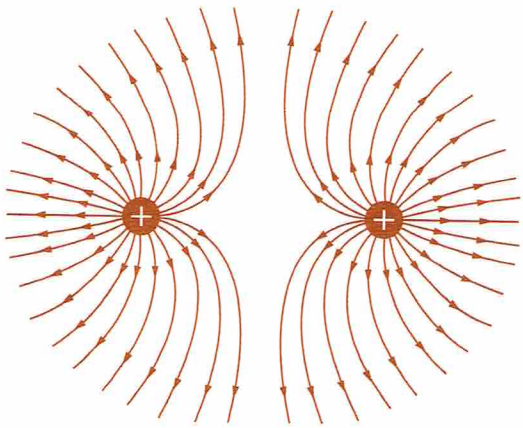


כדי לבטא באופן חזותי את השדה החשמלי בנקודות שונות במרחב, פרדיי הציע להשתמש ב"**קווי שדה**". קווים דמיוניים אלה הם קווים **שהמשיק בכל נקודה עליהם מצביע לכיוון השדה**.

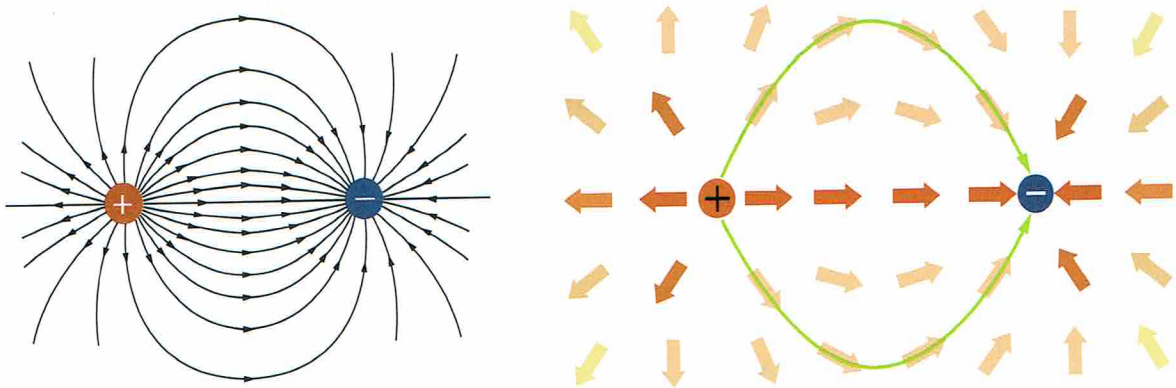
באיורים הבאים מתוארים קווי שדה חשמליים במערכים שונים של שני מטענים חשמליים שווים בגודלם.



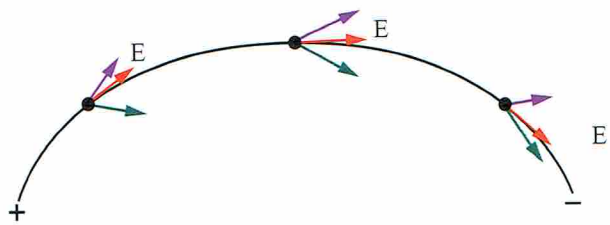
תרשים א: קווי שדה סביב זוג מטענים שליליים.



תרשים ב: קווי שדה סביב זוג מטענים חיוביים.



תרשים ג: קווי שדה סביב זוג מטענים שסימנם מנוגד (הקו הירוק בתרשים הימני ממחיש את אחד מקווי השדה).



נבחן את אחד מקווי השדה השייך למערך של שני מטענים חשמל שווים ומנוגדים, המתואר באיור הבא. השדה החשמלי נוצר מ**סופרפוזיציה** של השדות החשמליים של שני מטענים חשמל שווים ומנוגדים. הצבע **הסגול** מתאר את כיוון השדה שנוצר על ידי המטען **החיובי**, ואילו הצבע **הירוק** מתאר את כיוון השדה שנוצר על ידי המטען **השלילי**. הווקטורים בצבע האדום מצביעים על כיוון השדה החשמלי **השקול**, שהוא **בכיוון המשיק בכל נקודה של השדה**.

מאפייני קווי שדה

מעיון בקווי שדה באיורים הקודמים, ניתן ללמוד על המאפיינים שלהם:

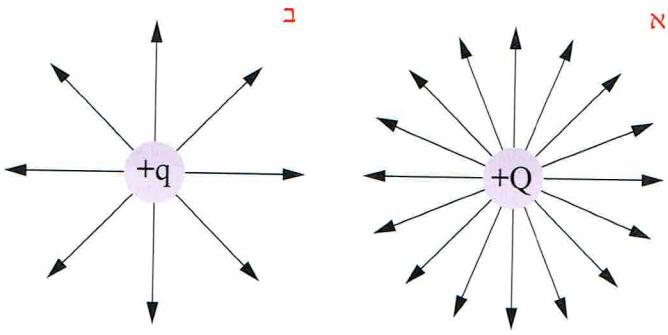
- קווי השדה נותנים מידע על **כיוון השדה החשמלי בכל נקודה**.
- קווי שדה תמיד **מתחילים במטען חיובי** (או באינסוף) **ומסתיימים במטען שלילי** (או באינסוף), **כלומר אינם סגורים**.
- קווי שדה **אינם חותכים** זה את זה.
- קווי השדה (הדמיוניים) **ממלאים את כל המרחב**.

צפיפות קווי שדה ועוצמת השדה

באופן תיאורטי היינו אמורים לצייר קווי שדה דרך כל **הנקודות במרחב** סביב המטען הבודד או סביב מערכת של מטענים, אולם אז לא היינו יכולים להבחין בין הקווים. לכן נוהגים להסתפק במספר קטן של קווים, כך **שצפיפותם באזור מסוים היא ביחס ישר לגודל המטען יוצר השדה**. התוצאה היא שקווי השדה נותנים מידע גם על **עוצמת השדה**.

נגדיר את **צפיפות קווי השדה** כמספר קווי השדה ה"בוקעים" דרך יחידת שטח $\frac{N}{A}$.

התרשימים א ו-ב מתארים את קווי השדה סביב שני מטענים חיוביים נפרדים ורחוקים זה מזה, כשנתון שהמטען Q גדול מהמטען q.

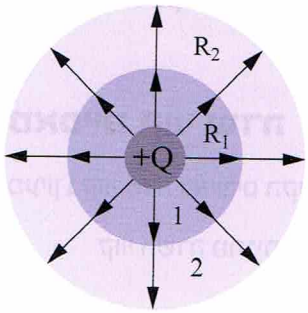


הצפיפות הגדולה יותר סביב Q בתרשים א מעידה שהשדה במרחב סביבו חזק יותר מהשדה סביב q.

נבחן כעת את עוצמת השדה ואת צפיפות קווי השדה במקרים שונים.

סביב מטען נקודתי

בתרשים הבא מתוארים קווי השדה של מטען חיובי Q, ולכן כיוון השדה הוא **רדיאלי החוצה**. מהמטען $Q+$ בוקעים N קווים כלפי חוץ.



צפיפות קווי השדה על פני מעטפת כדורית שרדיוסה r היא: $\frac{N}{4\pi r^2}$.

מכאן שצפיפות קווי השדה משתנה ביחס של $\frac{1}{r^2}$, בדומה להשתנות עוצמת השדה סביב מטען נקודתי, כפי שראינו קודם.

כלומר, צפיפות הקווים באזור המסומן ב-1 גדולה מהצפיפות באזור המסומן ב-2.

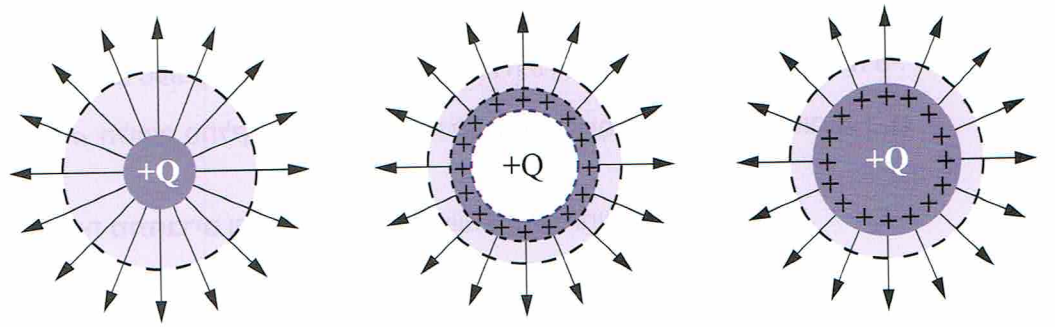
הקשר בין **עוצמת השדה החשמלי** לבין **צפיפות קווי השדה** במקרה של מטען נקודתי, מאפשר להסיק מסקנות כלליות ללא שימוש בכלים מתמטיים מורכבים, כפי שנראה בדוגמאות הבאות.

מחוץ לכדור או לקליפה כדורית שהם מוליכי חשמל וטעונים

נניח קיומם של שלושה אובייקטים שונים:

1. כדור מוליך טעון במטען Q המפוזר על פניו באופן אחיד.
2. קליפה כדורית חלולה טעונה במטען Q המפוזר על פניה באופן אחיד.
3. מטען נקודתי Q.

בכל אחד מהמקרים נקיף את האובייקט הטעון במעטפת כדורית בעלת רדיוס r ונבחן את קווי השדה הבוקעים דרכה. קל לראות כי בשלושת המקרים נקבל **צפיפות זהה** של קווי שדה, מכיוון שהשדה נוצר על ידי כמות מטען שווה. מכאן שגם **עוצמת השדה** שווה.



כדור מוליך טעון במטען Q+ המפוזר על פניו באופן אחיד

קליפה כדורית טעונה במטען Q+ המפוזר על פניה באופן אחיד

מטען נקודתי Q+

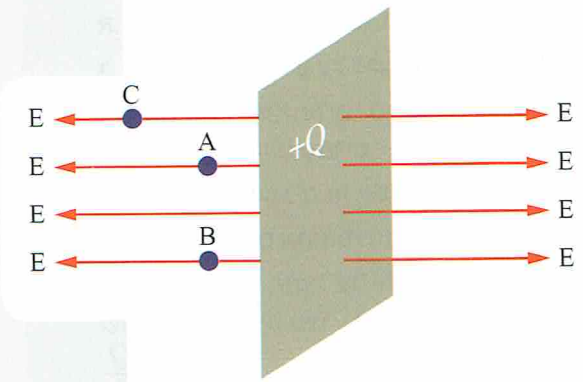
מסקנה: בהינתן קליפה כדורית מוליכה או כדור מוליך טעונים, שהמטען מפוזר על פניהם באופן אחיד, השדה החשמלי שנוצר בנקודות שונות מחוץ לקליפה או לכדור יהיה זהה לשדה שהיה נוצר בנקודות אלו אילו כל המטען היה מרוכז בנקודה במרכז הקליפה או הכדור.

בתוך כדור או בתוך קליפה כדורית שהם מוליכי חשמל וטעונים באופן אחיד

משיקולי סימטריה, ניתן להסיק כי **במרכז הקליפה** או **במרכז הכדור** השדה הוא אפס, כתוצאה מקיזוז ההשפעות של אזורים נגדיים. בכל נקודה אחרת בתוך הכדור או הקליפה, השדה הוא רדיאלי. לא ייתכן שיהיה לו רכיב משיקי, מכיוון שכל הכיוונים שקולים ואין העדפה לכיוון מסוים (אם בכלל יש שדה). קווי השדה הרדיאליים צפופים ככל שנתקרב למרכז. לכן במרכז יש עוצמה מקסימלית, ועוצמה זו צריכה להיות כאמור אפס!

מסקנה: בתוך קליפה כדורית מוליכה טעונה או בתוך כדור מוליך טעון, השדה החשמלי שווה אפס.

משני צידיו של לוח אינסופי טעון



בעזרת שיקולי סימטריה, נמצא כעת את השדה של לוח אינסופי טעון במטען $Q+$, המפוזר עליו בצורה אחידה, כלומר צפיפות המטען $\sigma = \frac{Q}{A}$ (כמות המטען ליחידת שטח) על פניו קבועה.

בנקודה A כלשהי מחוץ ללוח, השדה חייב להיות ניצב ללוח (מטעמי סימטריה, כאשר מדובר בלוח אינסופי ואחיד לא יכול להיות לו רכיב מקביל לכיוון הלוח).

עוצמת השדה בנקודה B, שנמצאת באותו מרחק מהלוח כמו A, תהיה שווה לזו שבנקודה A. השדה בנקודה C כלשהי שווה גם כן. קווי השדה מקבילים (לא רדיאליים) ולכן צפיפותם שווה וקבועה בכל מקום, ולפיכך עוצמת השדה קבועה.

מסקנה: השדה החשמלי של לוח אינסופי טעון בצפיפות מטען אחידה הוא **שדה אחיד**. כלומר, הוא אינו משתנה ממקום למקום כשנעים בו בכיוון מקביל ללוח או בניצב ללוח.

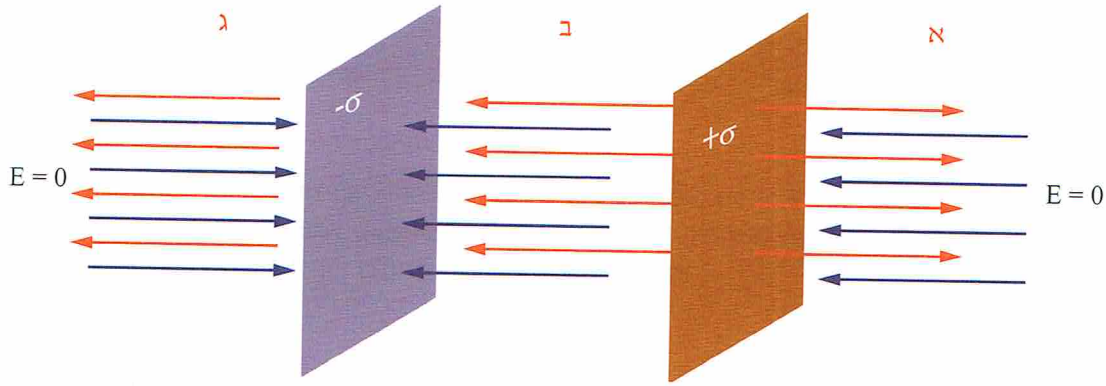
שני לוחות אינסופיים מקבילים

שני לוחות אינסופיים מקבילים טעונים, האחד בצפיפות מטען אחידה $\sigma+$ והשני בצפיפות מטען אחידה $\sigma-$.

המרחק בין הלוחות הוא d. הלוחות מחלקים את המרחב כולו לשלושה אזורים, כפי שמתואר באיור (א, ב, ג).

בין הלוחות (אזור ב) השדות **מתחברים** ונוצר **שדה אחיד** שכיוונו מהלוח החיובי אל הלוח השלילי.

מחוץ ללוחות (אזורים א, ג) השדות מבטלים זה את זה, והשדה השקול שווה **לאפס**.



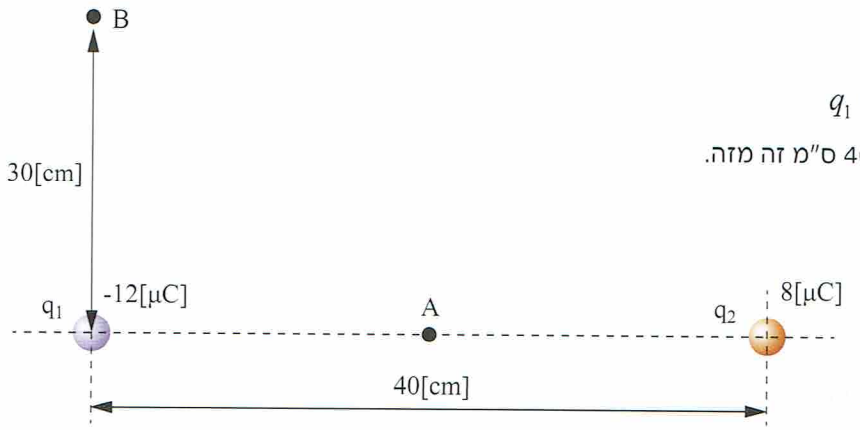
סיכום

1. "**שדה חשמלי**" סביב מטען חשמלי מתאפיין בכך שכאשר מניחים באחת מנקודותיו מטען חשמלי, יפעל עליו כוח חשמלי.
2. **עוצמת השדה החשמלי** בנקודה כלשהי מוגדרת ככוח הפועל על יחידת מטען חיובי המצויה בנקודה זו.
3. עוצמת השדה החשמלי, שנוצר על ידי מטען Q במרחק r ממנו, היא: $E=\frac{kQ}{r^2}$.
4. עקרון הסופרפוזיציה מתקיים גם לגבי שדות חשמליים.
5. **קווי שדה** הם קווים דמיוניים, שהמשיק להם בכל נקודה מצביע לכיוון השדה. המאפיינים שלהם:
   א. הצפיפות שלהם באזור מסוים נמצאת ביחס ישר לגודל המטען יוצר השדה.
   ב. הם נותנים מידע על כיוון השדה החשמלי בכל נקודה.
   ג. הם תמיד "מתחילים" ממטען חיובי (או באינסוף) ו"מסתיימים" במטען שלילי (או באינסוף), כלומר הם אינם קווים סגורים.
   ד. הם אינם חותכים זה את זה.
   ה. הם ממלאים את המרחב כולו.
6. השדה החשמלי הנוצר על ידי קליפה כדורית מוליכה או כדור מוליך טעון מחוץ לקליפה או לכדור, שווה לשדה שהיה נוצר בנקודות אלה אילו כל המטען היה מרוכז במרכז הקליפה או הכדור, כלומר: $E=\frac{kQ}{r^2}$.
7. בתוך קליפה כדורית מוליכה טעונה או בתוך כדור מוליך טעון, השדה החשמלי שווה אפס.
8. בין שני לוחות מוליכים טעונים במטענים שווים ומנוגדים נוצר שדה אחיד, שכיוונו מהלוח החיובי אל הלוח השלילי. מחוץ ללוחות, השדה החשמלי שווה לאפס.

דוגמה מספר (1)

שני מטענים נקודתיים של $q_1 = -12[\mu C]$

ו-$q_2 = +8[\mu C]$ נמצאים במרחק של 40 ס"מ זה מזה.



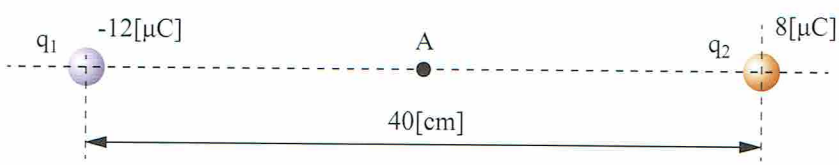
א. מהו השדה החשמלי (גודל וכיוון) בנקודה A הנמצאת באמצע המרחק בין המטענים?

ב. היכן, לאורך הקו המחבר בין המטענים, עוצמת השדה החשמלי שווה אפס?

ג. מהו השדה החשמלי (גודל וכיוון) בנקודה B הנמצאת במרחק 30[cm] בדיוק מעל מטען q_1?

פתרון דוגמה מספר (1)

א. נבחר כיוון ימין חיובי.



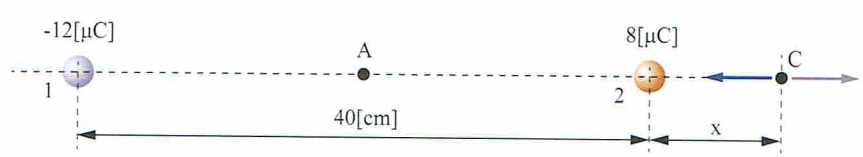
השדה השקול בנקודה A:

$$E_A = -9\cdot10^9\cdot\frac{12\cdot10^{-6}}{(0.2)^2} - 9\cdot10^9\cdot\frac{8\cdot10^{-6}}{(0.2)^2} = -4.5\cdot10^6\left[\frac{N}{C}\right]$$

השדה מכוון שמאלה.

ב. השדה יכול להתאפס רק בנקודה הנמצאת ימינה ממטען q_2.

בין המטענים, כיווני השדות מתחברים.



נניח נקודה C, שהיא קרובה יותר למטען הקטן יותר בגודלו ורחוקה מהמטען הגדול יותר, ונחשב את המרחק x בינה לבין המטען הקטן, כך שהשדה החשמלי בה יתאפס.

$$E_C = -9\cdot10^9\cdot\frac{12\cdot10^{-6}}{(x+0.4)^2} + 9\cdot10^9\cdot\frac{8\cdot10^{-6}}{x^2} = 0 \Rightarrow x = 1.78[m]$$

ג. נבחר את הכיוון החיובי של ציר y למעלה. רכיב השדה האנכי בנקודה B:

$$E_{By} = -9\cdot 10^{9}\cdot\frac{12\cdot 10^{-6}}{(0.3)^2} + 9\cdot 10^{9}\cdot\frac{8\cdot 10^{-6}}{(\sqrt{0.3^2+0.4^2})^2}\cdot\sin 37^\circ = -10.26\cdot 10^{5}\left[\frac{N}{C}\right]$$

רכיב השדה האופקי בנקודה B:

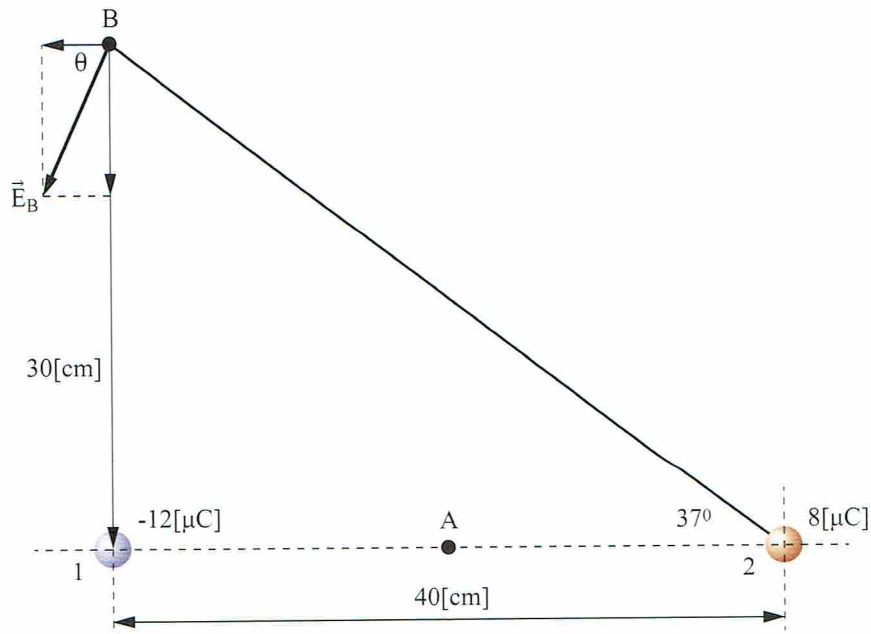
$$E_{Bx} = -9\cdot 10^{9}\cdot\frac{8\cdot 10^{-6}}{(\sqrt{0.3^2+0.4^2})^2}\cdot\cos 37^\circ = -2.3\cdot 10^{5}\left[\frac{N}{C}\right]$$

עוצמת השדה השקול בנקודה B:

$$E_B = \sqrt{(2.3\cdot 10^{5})^2 + (1.026\cdot 10^{6})^2} = 1.052\cdot 10^{6}\left[\frac{N}{C}\right]$$

כיוון השדה השקול בנקודה B:

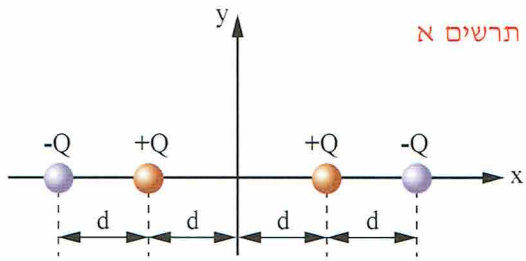
$$tg\theta = \left|\frac{1.026\cdot 10^{6}}{2.3\cdot 10^{5}}\right| = 4.46 \Rightarrow \theta = 77.36^\circ$$



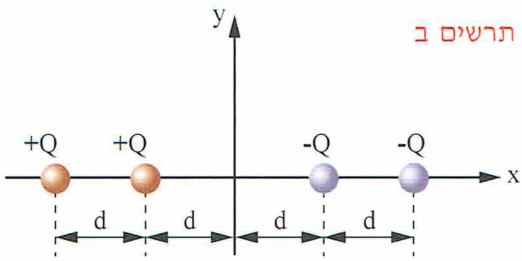
דוגמה מספר (2)

ארבעה מטענים נקודתיים מסודרים על ציר ה-x כמתואר בתרשימים.

תרשים א

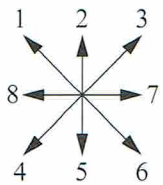


תרשים ב



א. עבור כל אחד מהתרשימים מצאו: מהו השדה החשמלי בראשית הצירים?

ב. איזה מהחצים מתאר את כיוון השדה החשמלי השקול שיוצרת מערכת המטענים לאורך ציר ה-y החיובי:



[1] בסידור המתואר בתרשים א?

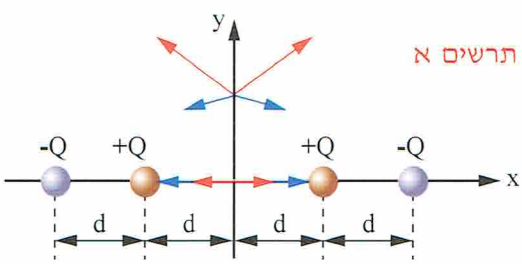
[2] בסידור המתואר בתרשים ב?

פתרון דוגמה מספר (2)

א. בתרשים א $E=0$, השדות מתקזזים

(ראו חצים לאורך ציר x).

תרשים א



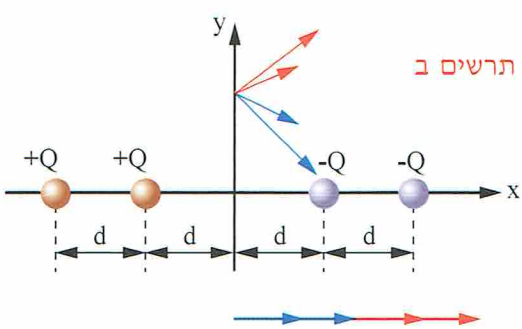
בתרשים ב, כל מטען יוצר שדה חשמלי שכיוונו ימינה.

(ראו חיצים מתחת לציר x).

גודלו של השדה השקול:

$$E = 2\cdot k\cdot\frac{Q}{(d)^2}+2\cdot k\cdot\frac{Q}{(2d)^2}=2.5k\cdot\frac{Q}{d^2}$$

תרשים ב



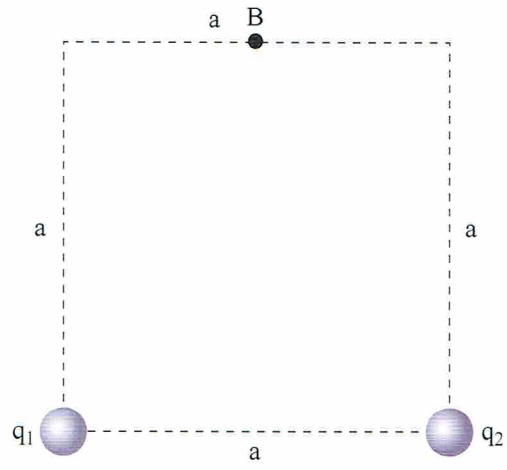
ב. [1] בתרשים א: השדה החשמלי בכיוון חץ 2.

רכיבי השדות בכיוון האופקי מתקזזים, ובכיוון האנכי השקול הוא כלפי מעלה.

[2] בתרשים ב: השדה החשמלי בכיוון חץ 7.

רכיבי הציר האנכי מתקזזים, וכל אחד מהמטענים יוצר שדה חשמלי שכיוונו ימינה.

דוגמה מספר (3)

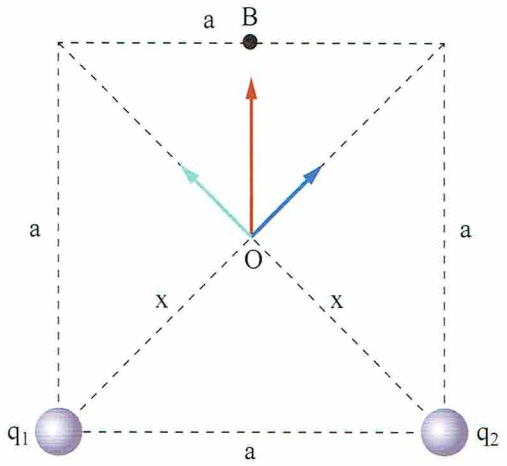


שני מטענים זהים נמצאים על הקודקודים של ריבוע שאורך צלעו a.
ערכי המטענים הם $q_1=q_2=q$.

א. מהו השדה השקול (גודל וכיוון) במרכז הריבוע?

ב. מהו גודל המטען Q שיש להציב בנקודה B הנמצאת באמצע הצלע העליונה, כדי שהשדה השקול במרכז הריבוע יהיה שווה אפס?

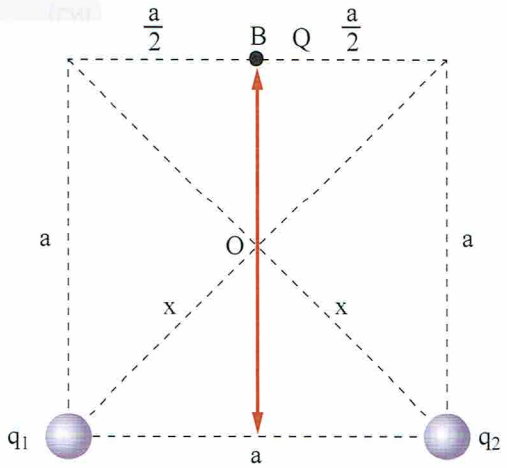
פתרון דוגמה מספר (3)



א. נסמן ב-x את מרחק כל אחד מהמטענים ממרכז הריבוע:

השדה השקול במרכז הריבוע הוא בכיוון ציר ה-y החיובי, כי רכיבי השדה ששני המטענים יוצרים מתקזזים בכיוון האופקי ומתחברים בכיוון האנכי.

$$E_O = k\cdot\frac{q}{(\frac{a}{\sqrt{2}})^2}\cdot 2\cdot\sin 45^\circ = 2.82k\cdot\frac{q}{a^2}$$

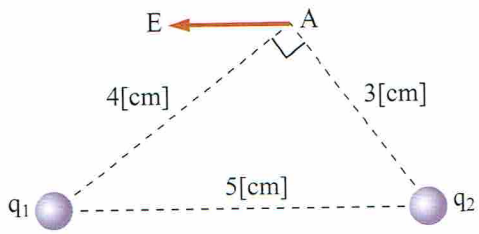


ב. נקודה B נמצאת במרחק $0.5a$ מעל מרכז הריבוע. השדה שייצור מטען בנקודה זו שווה בעוצמתו לעוצמת השדה השקול שיוצרים שני המטענים הראשונים במרכז הריבוע:

$$k\frac{Q}{(0.5a)^2} - 2.82k\cdot\frac{q}{a^2} = 0$$

$$Q = 0.705q$$

דוגמה מספר (4)



שני מטענים נקודתיים ממוקמים בקודקודיו של משולש ישר זווית בקצות היתר.

גודל המטען $q_1 = 4 \cdot 10^{-6}[C]$.

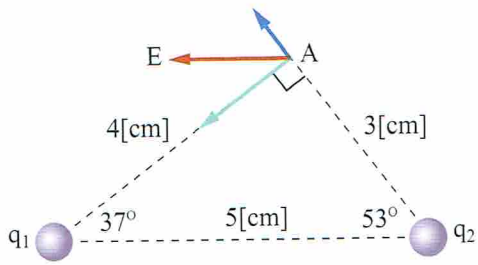
נתון כי השדה בנקודה A מכוון אופקית שמאלה.

א. מהם סימני המטענים q_1, q_2?

ב. מה גודלו של השדה החשמלי E?

ג. מהו הכוח (גודל וכיוון) שיפעל על מטען $q_3 = -8 \cdot 10^{-6}[C]$, אם יונח בנקודה A?

פתרון דוגמה מספר (4)

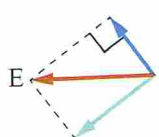


א. ניתן להסיק כי q_2 חיובי, q_1 שלילי. ראו תרשים חצים בהתאם לשדה השקול.

ב. הרכיב האנכי של השדה השקול בנקודה A שווה לאפס, לפיכך:

$$E_{Ay} = 0 = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{q_2}{0.03^2} \cdot \sin 53° - 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{4 \cdot 10^{-6}}{0.04^2} \cdot \sin 37°$$

$$q_2 = 1.695 \cdot 10^{-6}[C]$$



ג. כיוון השדה השקול בנקודה A הוא **שמאלה**. את עוצמתו ניתן לחשב בעזרת משפט פיתגורס:

$$E_A = \sqrt{(9 \cdot 10^9 \cdot \frac{1.695 \cdot 10^{-6}}{0.03^2})^2 + (9 \cdot 10^9 \cdot \frac{4 \cdot 10^{-6}}{0.04^2})^2} = 28.17 \cdot 10^6 \left[\frac{N}{C}\right]$$

גודלו של הכוח: $F_A = q_3 \cdot E_A = 8 \cdot 10^{-6} \cdot 28.17 \cdot 10^6 = 225.32[N]$

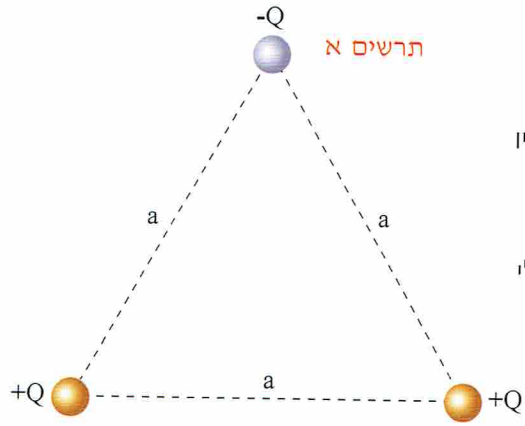
מכיוון שכיוון השדה שמאלה, על מטען **שלילי** יפעל כוח שכיוונו **ימינה**.

דוגמה מספר (5)

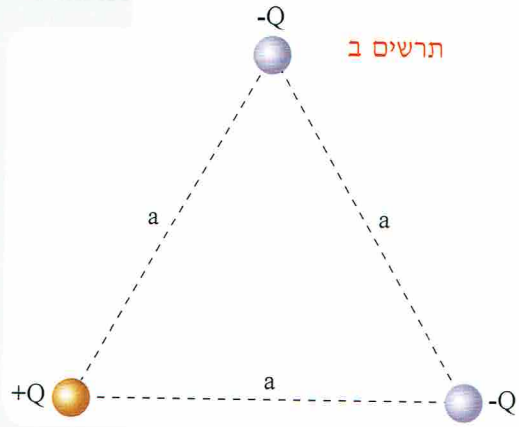
נתונים 3 מטענים בעלי גודל מטען שווה וסימנים שונים, המונחים בקודקודיו של משולש שווה צלעות, שאורך צלעותיו a.

חשבו את השדה החשמלי שנוצר במרכז המשולש עבור כל אחד משני התרשימים.

תרשים א

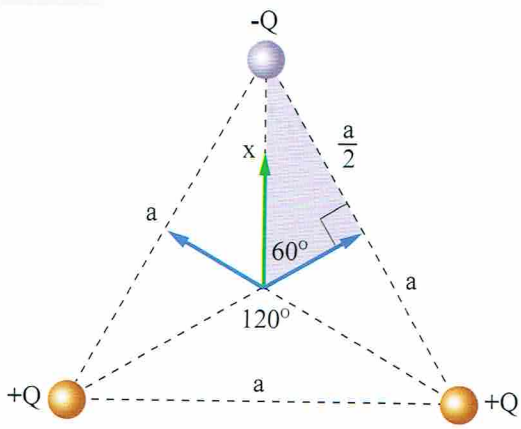


תרשים ב



פתרון דוגמה מספר (5)

א. בתרשים א כל מטען יוצר שדה חשמלי בעל עוצמה זהה, שהרי גודל המטענים שווה והמרחק בין כל מטען למרכז המשולש שווה.



$$x^2 = (\frac{x}{2})^2 + (\frac{a}{2})^2 \Rightarrow x = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

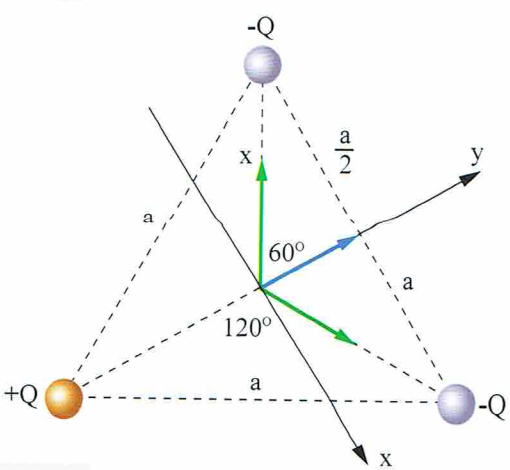
עוצמת כל אחד מהשדות החשמליים:

$$E = k \cdot \frac{Q}{(\frac{a \cdot \sqrt{3}}{3})^2} = 3k \cdot \frac{Q}{a^2}$$

השדה השקול בכיוון **מעלה** ועוצמתו:

$$E_o = 3k \cdot \frac{Q}{a^2} + 3k \cdot \frac{Q}{a^2} \cdot \cos 60° + 3k \cdot \frac{Q}{a^2} \cdot \cos 60° = 6k \cdot \frac{Q}{a^2}$$

ב. גם בתרשים ב כל מטען יוצר שדה חשמלי בעל עוצמה זהה, שהרי גודל המטענים שווה והמרחק בין כל מטען לבין מרכז המשולש שווה.



$$x^2 = (\frac{x}{2})^2 + (\frac{a}{2})^2 \Rightarrow x = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

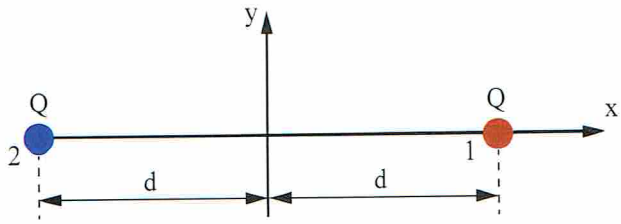
עוצמת כל אחד מהשדות החשמליים:

$$E = k \cdot \frac{Q}{(\frac{a \cdot \sqrt{3}}{3})^2} = 3k \cdot \frac{Q}{a^2}$$

השדה השקול יהיה מכוון לאורכו של ציר y (אותו בחרנו כפי שמתואר באיור), מאחר שרכיבי השדה בציר x שווים ומנוגדים, לכן:

$$E_o = 3k \cdot \frac{Q}{a^2} + 3k \cdot \frac{Q}{a^2} \cdot \cos 60° + 3k \cdot \frac{Q}{a^2} \cdot \cos 60° = 6k \cdot \frac{Q}{a^2}$$

דוגמה מספר (6)



שני מטענים חיוביים נקודתיים מסודרים על ציר ה-x כמתואר בתרשים.

א. הוכיחו כי עוצמת השדה החשמלי, שנוצר על ידי המערכת לאורך ציר ה-x בתחום $x>d$, שווה ל:

$$E_{(x)} = 2kQ\frac{(x^2+d^2)}{(x^2-d^2)^2}$$

ב. הוכיחו כי עוצמת השדה החשמלי, שנוצר על ידי המערכת לאורך ציר ה-x בתחום $-d<x<d$, שווה ל:

$$E_{(x)} = -4kQd\frac{x}{(d^2-x^2)^2}$$

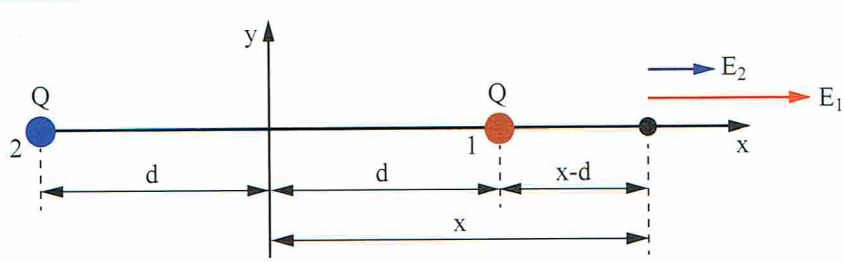
ג. הוכיחו כי עוצמת השדה החשמלי, שנוצר על ידי המערכת לאורך ציר ה-y $(y>0)$, שווה ל:

$$E_{(x)} = 2kQ\frac{y}{(y^2+d^2)^{3/2}}$$

ד. היכן, לאורך ציר ה-x, עוצמת השדה החשמלי שווה אפס? הסבירו.

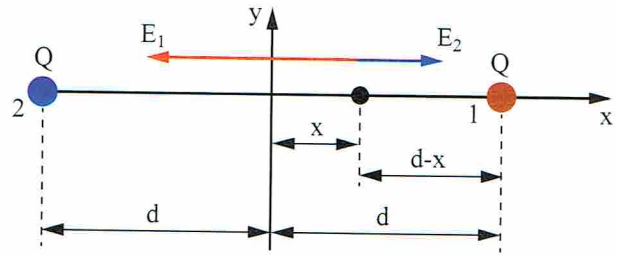
פתרון דוגמה מספר (6)

א. שני המטענים יוצרים שדה שכיוונו ימינה וגודלו:



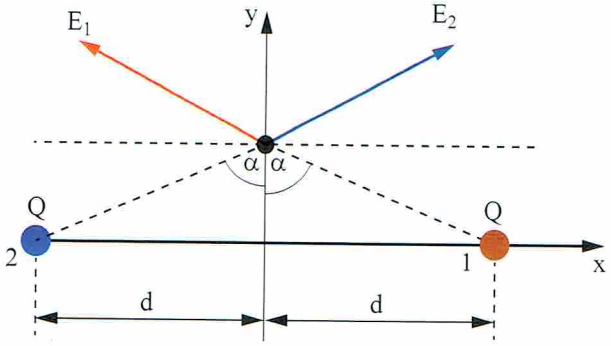
$$E_{(x)} = \frac{kQ}{(x+d)^2} + \frac{kQ}{(x-d)^2} = kQ[\frac{(x-d)^2+(x+d)^2}{(x+d)^2\cdot(x-d)^2}] = 2kQ\frac{(x^2+d^2)}{(x^2-d^2)^2}$$

ב. המטען השמאלי יוצר שדה שכיוונו ימינה, והמטען הימני יוצר שדה שכיוונו שמאלה:



$$E_{(x)} = \frac{kQ}{(x+d)^2} - \frac{kQ}{(d-x)^2} = kQ[\frac{(d-x)^2-(x+d)^2}{(x+d)^2\cdot(d-x)^2}] = -4kQd\frac{x}{(d^2-x^2)^2}$$

ג. רכיבי השדה שיוצרים שני המטענים מתקזזים בכיוון האופקי ומתחברים בכיוון האנכי:

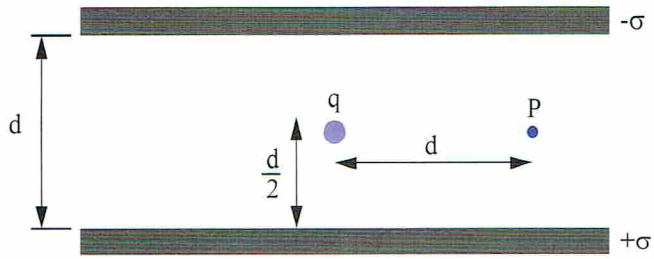


בכיוון מעלה:

$$E_y = 2\cdot\frac{kQ}{(y^2+d^2)}\cdot\cos\alpha = 2\cdot\frac{kQ}{(y^2+d^2)}\cdot\frac{y}{\sqrt{y^2+d^2}} = 2kQ\frac{y}{(y^2+d^2)^{3/2}}$$

ד. עוצמת השדה החשמלי מתאפסת בנקודה (0, 0), שם השדות מתקזזים.

דוגמה מספר (7)



חלקיק בעל מסה m, הטעון במטען q, נמצא במנוחה בדיוק באמצע המרחק d שבין שני לוחות אינסופיים, שביניהם שורר שדה חשמלי אחיד שעוצמתו E (המרחק d קטן מאוד ביחס לממדי הלוחות).

נתונים: m, g, k, E, d.

א. רשמו את גודלו וכיוונו של הכוח החשמלי הפועל על החלקיק.

ב. רשמו את כיוונו של השדה החשמלי השורר בין הלוחות.

ג. חשבו את גודלו וסימנו של מטען החלקיק q.

ד. חשבו את גודלו של השדה החשמלי בנקודה P, הנמצאת במרחק d מימין לחלקיק.

פתרון דוגמה מספר (7)

א. החלקיק נמצא במנוחה, לפיכך:

$$\sum F_y = 0$$

$$F_E - mg = 0 \Rightarrow F_E = mg$$

כיוונו של הכוח החשמלי מנוגד לכיוון כוח הכבידה, כלומר כלפי מעלה.

ב. כיוון השדה החשמלי בין הלוחות הוא מהלוח הטעון חיובי ללוח הטעון שלילי, כלפי מעלה (בוקע ממטען חיובי ונבלע במטען שלילי).

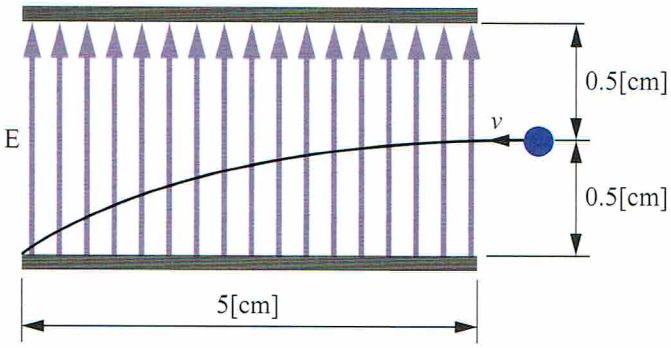
ג. כיוון הכוח הפועל על המטען הוא בכיוון השדה החשמלי, לכן המטען הוא **חיובי** וגודלו:

$$E \cdot q - mg = 0 \Rightarrow q = \frac{mg}{E}$$

ד. בין שני הלוחות השדה הוא אחיד, בנקודה p השדה שווה לסכום השדות של הלוחות ושל החלקיק. גודלו:

$$E_p = \sqrt{E^2 + \frac{k \cdot q^2}{d^2}} = \sqrt{E^2 + \frac{k \cdot \left(\frac{mg}{E}\right)^2}{d^2}} = \sqrt{E^2 + \frac{k \cdot (mg)^2}{E^2 \cdot d^2}}$$

דוגמה מספר (8)



אלקטרון שמסתו $m = 9.1 \cdot 10^{-31}[kg]$ ומטענו $q = -1.6 \cdot 10^{-19}[C]$ נכנס במהירות שגודלה v וכיוונה שמאלה, במאונך לאזור שבו שורר שדה חשמלי אחיד, שעוצמתו $E = 400\left[\frac{N}{C}\right]$, שנוצר בין שני לוחות טעונים. כיוונו של השדה מתואר בתרשים (הניחו כי השפעת המשקל זניחה יחסית לכוח החשמלי).

א. נתחו את תנועת האלקטרון בכיוון האופקי ובכיוון האנכי.

ב. חשבו את גודלה של תאוצת האלקטרון בשדה החשמלי.

ג. חשבו את זמן תנועת האלקטרון בשדה החשמלי, אם נתון שבזמן t הוא מגיע בדיוק לקצה השמאלי של הלוח התחתון, כמתואר בתרשים.

ד. מהי מהירות האלקטרון (גודל וכיוון) כשהוא עובר בדיוק בקצה השמאלי של הלוח התחתון?

פתרון דוגמה מספר (8)

א. בכיוון האופקי לא פועל על האלקטרון כוח כלשהו, ולכן הרכיב האופקי של מהירותו נשאר קבוע.

בכיוון האנכי פועל על האלקטרון כוח חשמלי לכיוון מטה, בניגוד לכיוון השדה החשמלי. מכיוון שהשדה הוא אחיד, האלקטרון ינוע בתאוצה קבועה עם מהירות התחלתית השווה אפס.

ב. לפי החוק השני של ניוטון:

$$\sum F_y = ma_y \Rightarrow Eq = ma_y \Rightarrow a_y = \frac{Eq}{m} = \frac{400 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19}}{9.1 \cdot 10^{-31}} = 7 \cdot 10^{13}\left[\frac{m}{s^2}\right]$$

ג. נחשב את זמן תנועתו של האלקטרון בשדה בעזרת חישוב ההסחה האנכית ברגע t:

$$y_t = \frac{a_y \cdot t^2}{2} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2y}{a_y}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 5 \cdot 10^{-3}}{7 \cdot 10^{13}}} = 1.195 \cdot 10^{-8}[\text{s}]$$

ד. את הרכיב האופקי של המהירות נמצא בעזרת חישוב ההעתק האופקי ברגע t:

$$x = v_{0x} \cdot t \Rightarrow v_{0x} = \frac{x}{t} = \frac{0.05}{1.195 \cdot 10^{-8}} = 4.183 \cdot 10^{6}\left[\frac{m}{s}\right]$$

את הרכיב האנכי של המהירות ברגע t נמצא בעזרת הנוסחה:

$$v_y = v_{0y} + a_y \cdot t = 0 + 7 \cdot 10^{13} \cdot 1.195 \cdot 10^{-8} = 8.365 \cdot 10^{5}\left[\frac{m}{s}\right]$$

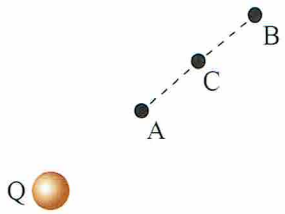
ומכאן, גודל המהירות ביציאה וכיוונה:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(4.183 \cdot 10^6)^2 + (8.365 \cdot 10^5)^2} = 4.265 \cdot 10^{6}\left[\frac{m}{s}\right]$$

$$tg\theta = \left|\frac{8.365 \cdot 10^5}{4.183 \cdot 10^6}\right| = 0.2 \Rightarrow \theta = 11.3^\circ$$

תרגילים

1. מטען נקודתי $Q = 6 \cdot 10^{-6}[C]$ יוצר סביבו שדה חשמלי. נתונים:



השדה החשמלי בנקודה A: $E_A = 13,500\left[\frac{N}{C}\right]$

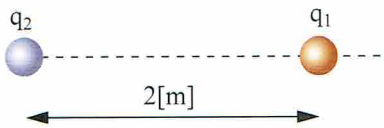
השדה החשמלי בנקודה B: $E_B = 3,375\left[\frac{N}{C}\right]$.

א. מהו המרחק של כל אחת מהנקודות A, B מהמטען הנקודתי?

ב. מהו השדה החשמלי בנקודה C הנמצאת באמצע המרחק בין שתי הנקודות A ו-B?

ג. מהו הכוח החשמלי (גודל וכיוון) שיפעל על מטען $q_3 = -2 \cdot 10^{-6}[C]$, אם יונח בנקודה C?

2. שני מטענים נקודתיים $q_1 = 5 \cdot 10^{-6}[C]$ ו- $q_2 = -2 \cdot 10^{-6}[C]$ מוחזקים במנוחה במרחק $2[\text{m}]$ זה מזה.



א. מהו השדה החשמלי (גודל וכיוון) בנקודה הנמצאת באמצע המרחק בין המטענים?

ב. מהו הכוח החשמלי (גודל וכיוון) שיפעל על מטען $q_3 = +3 \cdot 10^{-6}[C]$ המונח בנקודה הנמצאת באמצע המרחק בין המטענים?

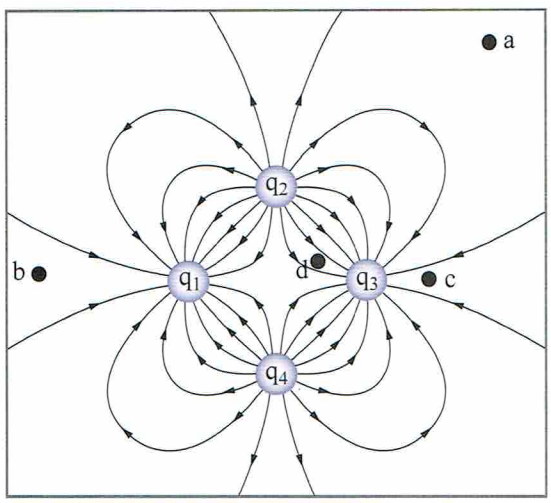
ג. מהו הכוח החשמלי (גודל וכיוון) שיפעל על מטען $q_3 = -3 \cdot 10^{-6}[C]$ המונח בנקודה הנמצאת באמצע המרחק בין המטענים?

3. התרשים הבא מתאר את קווי השדה החשמלי המתקבלים מארבעה מטענים הנמצאים במישור התרשים.

א. האם כל המטענים שווים בגודלם? נמקו.

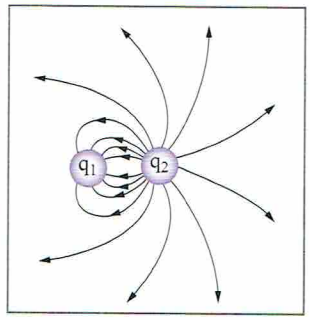
ב. מהו סימנו של כל אחד מהמטענים?

ג. דרגו את עוצמת השדה בנקודות d, c, b, a לפי הסדר, מהגבוהה לנמוכה.

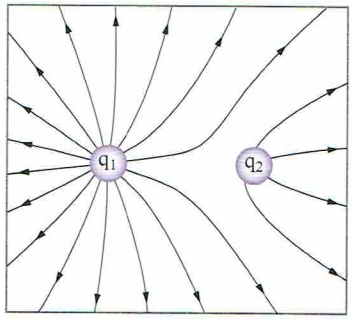


4. התרשימים הבאים מתארים את קווי השדה המתקבלים משני מטענים q_1 ו-q_2.

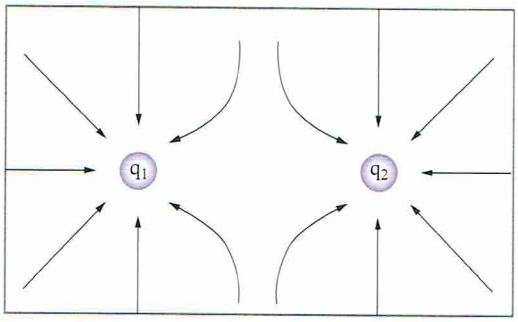
א



ב



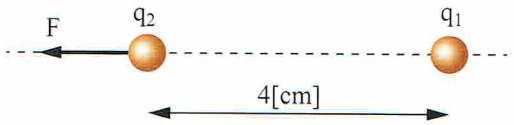
ג



א. מהם סימני כל מטען בכל אחד מהתרשימים?

ב. מהו היחס $\frac{q_1}{q_2}$ בכל אחד מהתרשימים?

5. שני מטענים q_1 ו-q_2 נמצאים במרחק $4[cm]$ זה מזה.
המטען q_1 מפעיל כוח על המטען q_2 שגודלו $F=200[N]$
וכיוונו כמתואר בתרשים.
נתון $q_2 = 6\cdot10^{-6}[C]$.

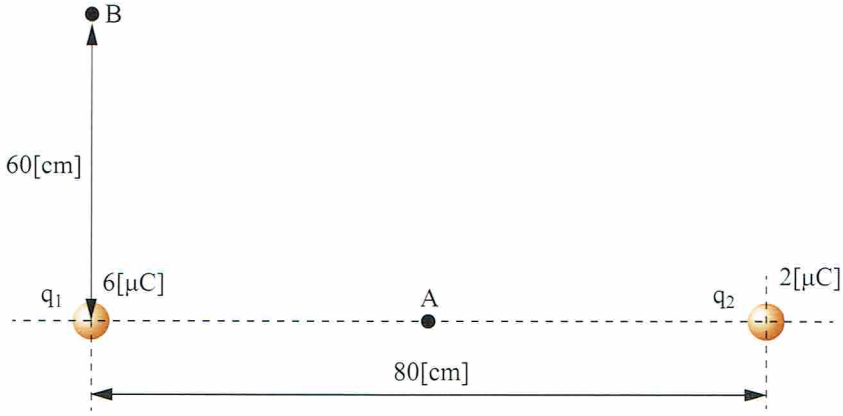


א. מהי עוצמת השדה החשמלי בנקודה שבה נמצא q_2?

ב. חשבו את גודל המטען q_1.

ג. מהי עוצמת השדה החשמלי בנקודה שבה נמצא q_1?

6. שני מטענים נקודתיים שגודלם $q_1 = 6[\mu C],\ q_2 = 2[\mu C]$ נמצאים במרחק $80[cm]$ זה מזה.

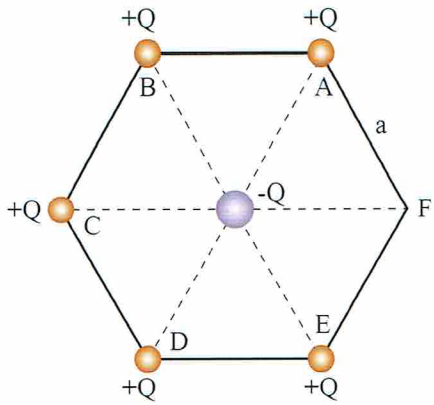


א. מהו השדה החשמלי (גודל וכיוון) בנקודה A הנמצאת באמצע המרחק בין המטענים?

ב. היכן, לאורך הקו המחבר בין המטענים, עוצמת השדה החשמלי שווה אפס?

ג. מהו השדה החשמלי (גודל וכיוון) בנקודה B הנמצאת במרחק $60[cm]$ בדיוק מעל מטען q_1?

7. בכל אחד מחמשת הקודקודים D, C, B, A ו-E של משושה משוכלל, שאורך צלעו a, נמצא מטען נקודתי חיובי $Q>0$. בקודקוד F אין מטען (ראו תרשים). בטאו את תשובותיכם לשאלות באמצעות נתוני השאלה (Q, a).

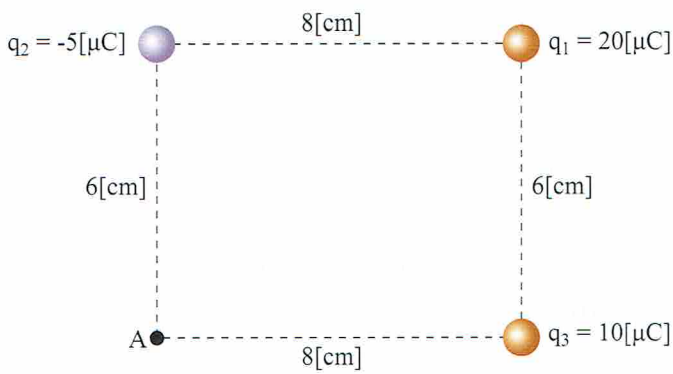


א. מהו השדה החשמלי השקול (גודל וכיוון) במרכז הסימטריה O של המשושה?

ב. מציבים מטען נוסף $+2Q$ בקודקוד F של המשושה. מהו השדה החשמלי השקול (גודל וכיוון) במרכז הסימטריה O של המשושה?

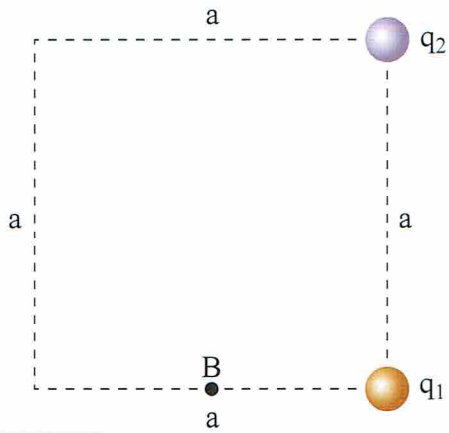
ג. מציבים בקודקוד F מטען שלילי $Q<0$ (**במקום** המטען $+2Q$). מהו השדה החשמלי השקול (גודל וכיוון) במרכז הסימטריה O של המשושה?

8. בשלושה מקודקודיו של מלבן מצויים מטענים חשמליים כמתואר בתרשים.



חשבו את השדה החשמלי השקול (גודל וכיוון) בקודקוד A.

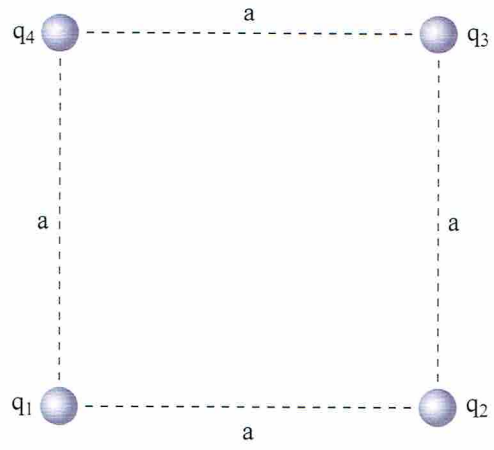
9. שני מטענים נמצאים על הקודקודים של ריבוע שאורך צלעו a.
ערכי המטענים הם: $q_2 = -q$, $q_1 = +q$.



א. מהו השדה השקול (גודל וכיוון) במרכז הריבוע?

ב. מהו המטען q_3 שיש להציב בנקודה B הנמצאת באמצע הצלע התחתונה, כדי שהשדה השקול במרכז הריבוע יהיה שווה אפס?

10. ארבעה מטענים זהים נמצאים על הקודקודים של ריבוע שאורך צלעו a.



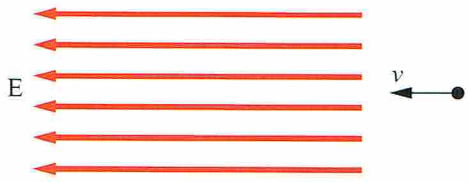
ערכי המטענים הם: $q_1=q_2=q_3=q_4=q$.

א. מהו השדה השקול (גודל וכיוון) במרכז הריבוע?

ב. מהו השדה השקול (גודל וכיוון) במרכז הריבוע, אם מסלקים את המטען q_3?

ג. מהו השדה השקול (גודל וכיוון) במרכז הריבוע, אם מסלקים את המטענים q_2 ו-q_3?

11. אלקטרון שמסתו $m=9.1\cdot10^{-31}[kg]$ ומטענו $q=-1.6\cdot10^{-19}[C]$



נכנס במהירות שגודלה $v=10^6\left[\frac{m}{s}\right]$ לאזור שבו שורר שדה חשמלי שעוצמתו $E=200\left[\frac{N}{C}\right]$, כמתואר בתרשים. כיוון המהירות בעת כניסת האלקטרון מקביל לכיוון השדה. הניחו כי השפעת המשקל זניחה יחסית לכוח החשמלי.

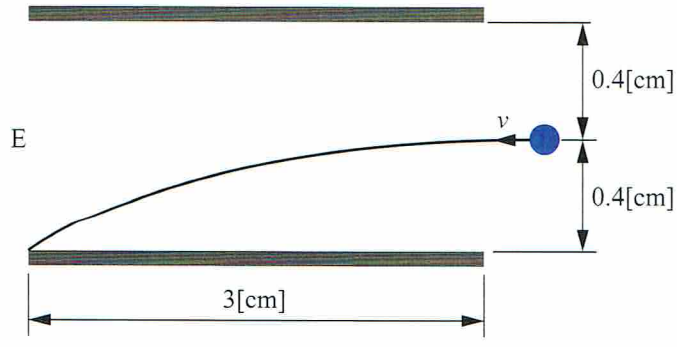
א. מהי צורת המסלול של האלקטרון בשדה החשמלי?

ב. מהו הכוח החשמלי הפועל על האלקטרון מצד השדה החשמלי (גודל וכיוון)?

ג. מהי תאוצת האלקטרון (גודל וכיוון)?

ד. האם האלקטרון ישנה את כיוון תנועתו? אם לא – נמקו מדוע, אם כן – כעבור כמה זמן מרגע כניסתו לשדה זה יקרה?

12. פרוטון שמסתו $m=1.67\cdot10^{-27}[kg]$ ומטענו $q=1.6\cdot10^{-19}[C]$ נכנס במהירות שגודלה $v=2\cdot10^6\left[\frac{m}{s}\right]$ וכיוונה שמאלה, לאזור שבו שורר שדה חשמלי שעוצמתו E, שנוצר בין שני לוחות. כיוון מהירות הפרוטון בעת כניסתו לשדה ניצב לכיוון השדה.



נתון שהפרוטון עובר בתנועתו בדיוק בקצה השמאלי של הלוח התחתון (הניחו כי השפעת המשקל זניחה יחסית לכוח החשמלי).

א. מהו כיוונו של השדה החשמלי בין שני הלוחות? נמקו.

ב. חשבו את גודל תאוצת הפרוטון בזמן תנועתו בין הלוחות.

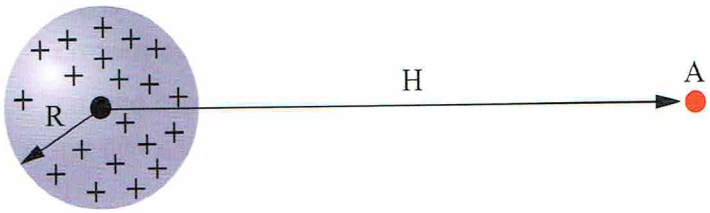
ג. חשבו את גודלו של השדה החשמלי בין שני הלוחות.

ד. מהי מהירות הפרוטון (גודל וכיוון) כשהוא עובר בדיוק בקצה השמאלי של הלוח התחתון?

13. מטען חיובי Q מפוזר בצורה אחידה בתוך כדור שרדיוסו R בצפיפות נפחית קבועה.
עוצמת השדה החשמלי בנקודה A,
הנמצאת במרחק H ממרכז הכדור, היא E.

א. מהו מטען הכדור Q?

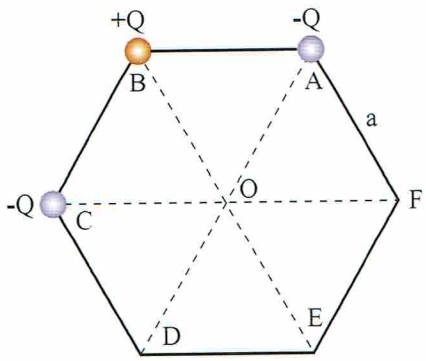
ב. מהי עוצמת השדה מחוץ לכדור, קרוב מאוד לפניו?



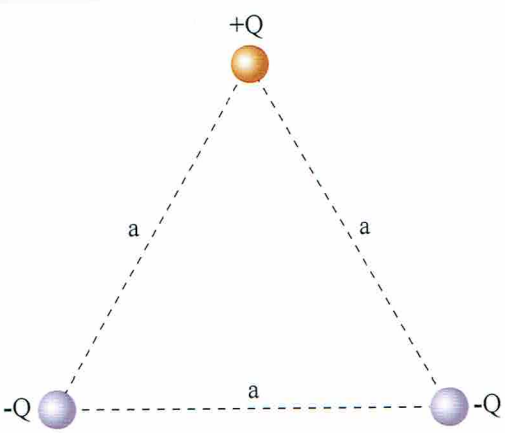
14. בכל אחד משלושת הקודקודים A, B, C של משושה משוכלל, שאורך צלעו a, נמצאים מטענים השווים בגודלם והפוכים בסימנם (ראו תרשים).

א. מהו השדה החשמלי השקול (גודל וכיוון) במרכז הסימטריה O של המשושה?

ב. מהו השדה החשמלי השקול (גודל וכיוון) בקודקוד B של המשושה?



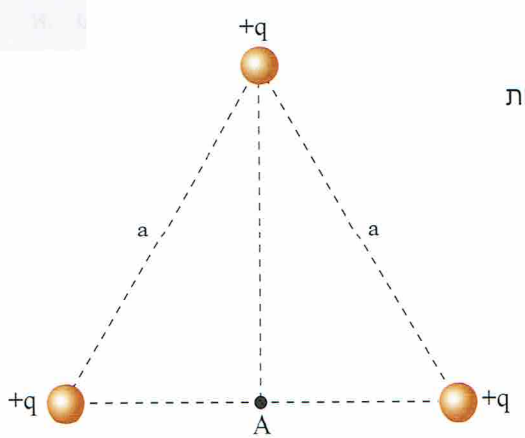
15. נתונים שלושה מטענים בעלי גודל מטען שווה וסימנים שונים, המונחים בקודקודיו של משולש שווה צלעות בעל צלע שאורכה a.
חשבו את השדה החשמלי שנוצר במרכז המשולש.



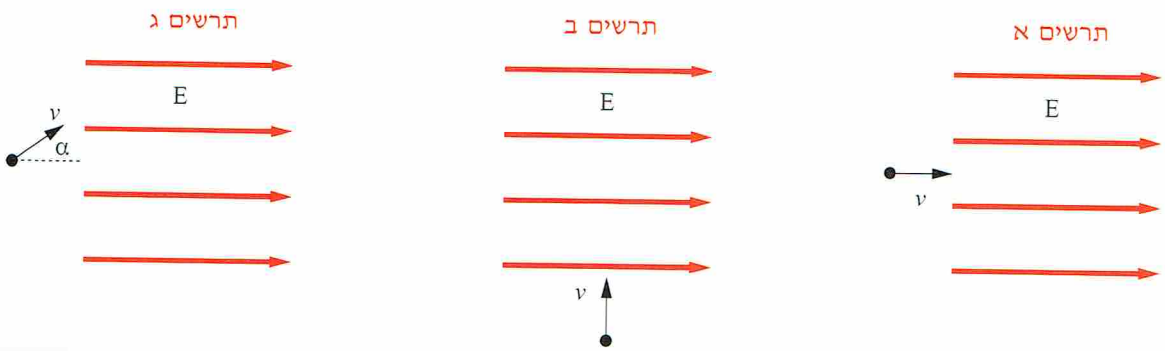
16. שלושה מטענים נקודתיים q+ מוחזקים בקודקודי משולש שווה צלעות שאורך צלעו a.

א. מהי עוצמת השדה בנקודה A, הנמצאת במחצית המרחק בין המטענים שבבסיס המשולש?

ב. היכן יש למקם מטען נוסף q+ כדי שעוצמת השדה בנקודה A תתאפס?

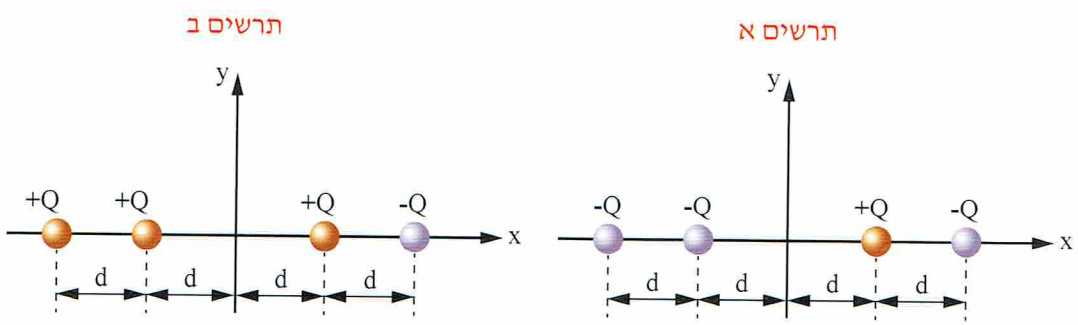


17. בתרשים א מתואר חלקיק בעל מסה m ומטען **חיובי** q, הנכנס במהירות v במקביל לשדה חשמלי אחיד E.
בתרשים ב מתואר אותו חלקיק, הנכנס באותה המהירות במאונך לשדה חשמלי אחיד E.
בתרשים ג מתואר אותו חלקיק, הנכנס באותה המהירות לשדה חשמלי אחיד E, אך הפעם כיוון המהירות יוצר זווית α עם כיוון השדה החשמלי.

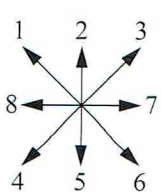


א. מהי צורת המסלול ומהו סוג התנועה של החלקיק בכל אחד מהמצבים המתוארים בתרשימים א, ב ו-ג?
ב. האם מהירות החלקיק משתנה לאורך המסלול? קבעו זאת עבור כל מצב.

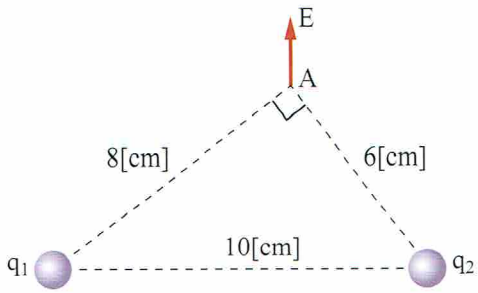
18. בתרשימים א, ב מתוארים שני מערכים שונים של ארבעה מטענים נקודתיים, המסודרים על ציר ה-x.



א. עבור כל אחד מהתרשימים, מצאו מהו השדה החשמלי בראשית הצירים.
ב. איזה חץ מתאר את כיוון השדה החשמלי השקול שיוצרת מערכת המטענים לאורך ציר ה-y:
[1] בסידור המתואר בתרשים א?
[2] בסידור המתואר בתרשים ב?



19. שני מטענים נקודתיים שווים בגודלם ממוקמים בקודקודיו של משולש ישר זווית בקצות היתר. גודל המטען $q = 8 \cdot 10^{-6}[C]$. נתון כי השדה בנקודה A מכוון אנכית כלפי מעלה.

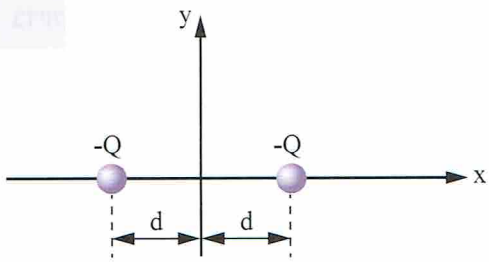


א. מהם סימני המטענים q_1, q_2?

ב. מה גודלו של השדה החשמלי E?

ג. מהו הכוח (גודל וכיוון) שיפעל על מטען $q = 2 \cdot 10^{-6}[C]$, אם יונח בנקודה A?

20. שני מטענים נקודתיים שליליים מסודרים על ציר ה-x כמתואר בתרשים.



א. הוכיחו כי עוצמת השדה החשמלי שנוצר על ידי המערכת לאורך ציר ה-x בתחום x>d שווה ל: $E_{(x)} = -2kQ\frac{(x^2+d^2)}{(x^2-d^2)^2}$

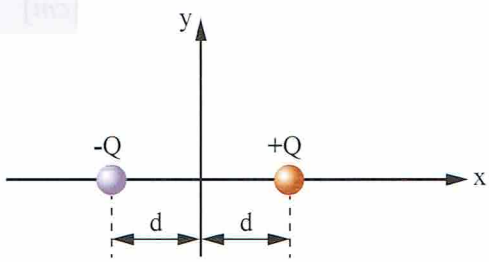
ב. הוכיחו כי עוצמת השדה החשמלי שנוצר על ידי המערכת לאורך ציר ה-x בתחום -d<x<d שווה ל: $E_{(x)} = 4kQd\frac{x}{(d^2-x^2)^2}$.

ג. הוכיחו כי עוצמת השדה החשמלי שנוצר על ידי המערכת לאורך ציר ה-y (y>0) שווה ל:

$$E_{(x)} = -2kQ\frac{y}{(y^2+d^2)^{3/2}}.$$

ד. היכן, לאורך ציר ה-x, עוצמת השדה החשמלי שווה אפס? הסבירו.

21. שני מטענים נקודתיים מסודרים על ציר ה-x כמתואר בתרשים.



א. הוכיחו כי עוצמת השדה החשמלי שנוצר על ידי המערכת לאורך ציר ה-x בתחום x>d שווה ל:

$$E_{(x)} = 4kQd\frac{x}{(x^2-d^2)^2}.$$

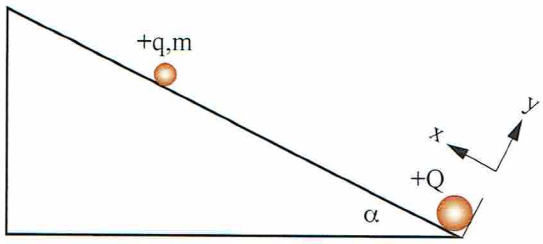
ב. הוכיחו כי עוצמת השדה החשמלי שנוצר על ידי המערכת לאורך ציר ה-x בתחום -d<x<d שווה ל: $E_{(x)} = -2kQ\frac{(x^2+d^2)}{(d^2-x^2)^2}$.

ג. הוכיחו כי עוצמת השדה החשמלי שנוצר על ידי המערכת לאורך ציר ה-y (y>0) שווה ל: $E_{(y)} = 2kQ\frac{y}{(y^2+d^2)^{3/2}}$.

ד. היכן, לאורך ציר ה-x, עוצמת השדה החשמלי שווה אפס? הסבירו.

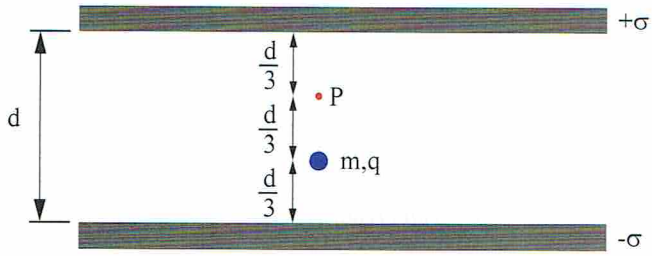
22. כדור קטן שמסתו m ומטענו $+q$ נמצא במנוחה על מישור משופע חלק הנטוי בזווית α. בקצהו התחתון של המישור המשופע מחובר **באופן קבוע** כדור קטן אחר שמטענו $+Q$. נתונים: α, g, m, Q, q.

היכן, לאורך הקו המחבר בין המטענים, עוצמת השדה החשמלי שווה אפס?



23. חלקיק בעל מסה m הטעון במטען q נמצא במנוחה בדיוק במרחק $\frac{d}{3}$ מהלוח התחתון של שני לוחות אינסופיים, הטעונים בצפיפות מטען אחידה $+\sigma$ ו-$-\sigma$ (המרחק d קטן מאוד ביחס לממדי הלוחות).

נתונים: m, g, d, E, k.



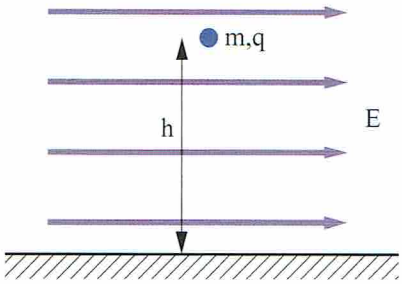
א. רשמו את גודלו וכיוונו של הכוח החשמלי הפועל על החלקיק.

ב. רשמו את כיוונו של השדה החשמלי השורר בין הלוחות.

ג. חשבו את גודלו וסימנו של מטען החלקיק q.

ד. חשבו את גודלו של השדה החשמלי בנקודה P, הנמצאת במרחק $\frac{d}{3}$ מעל לחלקיק.

24. חלקיק קטן שמסתו $m = 2\cdot10^{-5}[kg]$ ומטענו $q = 2\cdot10^{-6}[C]$ נמצא באזור שבו שורר שדה חשמלי שעוצמתו $E = 200\left[N/C\right]$ וכיוונו מקביל לפני הקרקע. החלקיק משוחרר ממנוחה מגובה של $h = 50[cm]$ ופוגע בקרקע. ניתן להזניח את התנגדות האוויר.

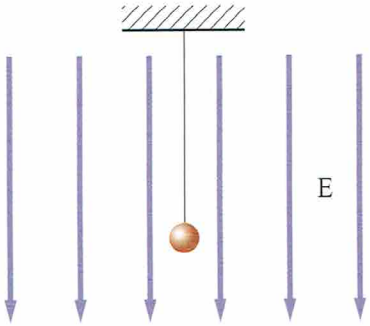


א. הוכיחו שמסלול תנועת הכדור הוא קו ישר.

ב. מהו גודלו של הכוח הפועל על החלקיק במהלך תנועתו?

ג. מהו ההעתק האופקי של החלקיק מרגע ששוחרר ועד לרגע שבו פגע בקרקע?

25. באזור שבו שורר שדה חשמלי אחיד שעוצמתו E, תלוי חוט ניילון. בקצה החוט קשור כדור מוליך קטן שמסתו m הטעון במטען $q>0$ (ראו תרשים).

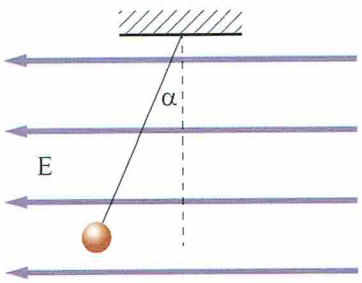


נתונים: E, q, m, g.

א. בטאו את המתיחות בחוט במצב שיווי משקל.

ב. ברגע מסוים החוט נקרע. מצאו את תאוצת הכדור (גודל וכיוון) מיד לאחר קריעת החוט.

תולים שוב את הכדור על חוט ניילון ומשנים את כיוונו של השדה החשמלי (יתר נתוני השאלה ללא שינוי).



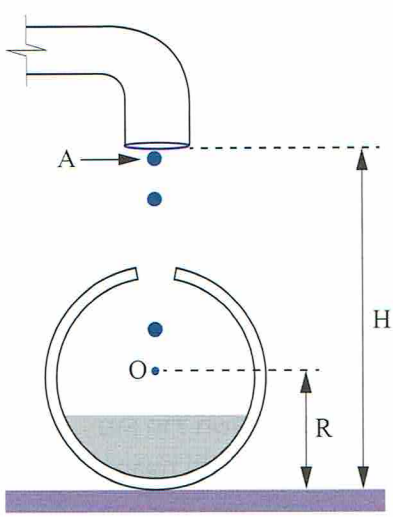
ג. מהי זווית הסטייה α מהאנך?

ד. ברגע מסוים ניתק הכדור מהחוט (בהיותו בזווית סטייה α כפי שחישבתם).

[1] הוכיחו שצורת מסלול הכדור תהיה קו ישר שמשוואתו: $y=\frac{mg}{Eq}x$.

[2] בטאו את תאוצתו של הכדור (גודל וכיוון) מיד לאחר הניתוק.

26. בתרשים מתוארת קליפה כדורית מוליכה ומבדדת שבה פתח קטן. טיפות בעלות מטען חשמלי חיובי ניתקות מצינורית, נופלות לתוך הקליפה, וכל מטענן עובר לקליפה. רדיוס הקליפה הוא R, ופתח הצינורית נמצא בגובה H מעל תחתית הקליפה.

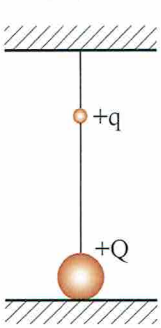


א. עבור הרגע שבו מטען הקליפה הוא Q, בטאו עבור כל אחת מהנקודות A ו-O (ראו תרשים) את השדה החשמלי (גודל וכיוון) שנוצר על ידי הקליפה הטעונה (בלבד).

ב. נתון שכל טיפה היא בעלת מסה m ומטען q, ועל הטיפות פועלים רק כוח הכבידה והכוח החשמלי. ניתן להזניח את הכוחות החשמליים הפועלים בין הטיפות.

בטאו באמצעות נתוני השאלה את המטען Q של הקליפה, שעבורו טיפה בנקודה A תהיה בשיווי משקל.

27. חרוז קטן שמסתו m ומטענו $+q$ מושחל על חוט העשוי מחומר מבדד שאורכו r. החוט קשור מצדו האחד לקרקע ומצדו האחר לתקרה. ניתן להזניח את החיכוך בין החוט והחרוז.



אל קצהו התחתון של החוט מחובר באופן קבוע כדור קטן שמטענו $+Q$. במצב המתואר בתרשים החרוז נמצא במנוחה. נתונים: r, g, m, Q, q.

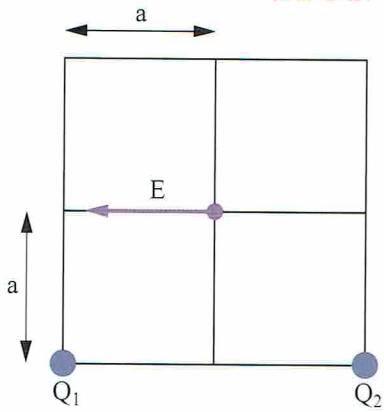
היכן, לאורך הקו המחבר בין המטענים, עוצמת השדה החשמלי שווה אפס?

28. על היקפו של ריבוע שאורך צלעו 2a סודרו באופנים שונים המטענים Q_1, Q_2 ו-Q_3.

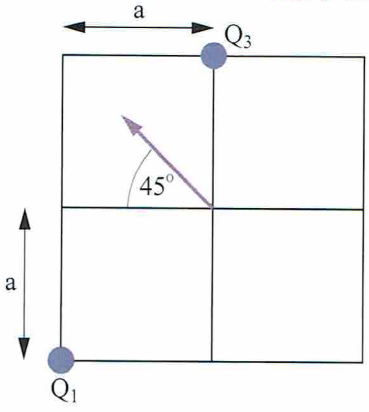
במצב המתואר בתרשים א, כיוון השדה החשמלי במרכז היה שמאלה בדיוק.

במצב המתואר בתרשים ב, התקבל במרכז הריבוע שדה חשמלי שקול, שכיוונו מתואר על ידי החץ.

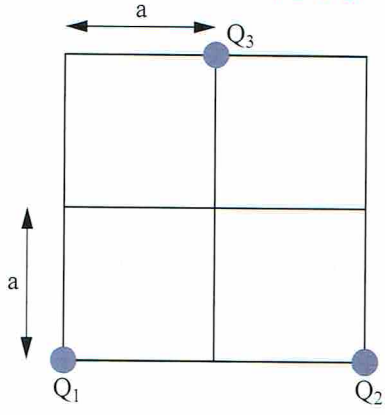
תרשים א



תרשים ב



תרשים ג

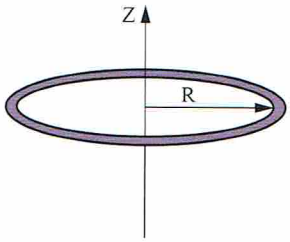


א. קבעו על פי תרשים א את **סימנם** של המטענים Q_1, Q_2 ואת היחס בין גודלם Q_2/Q_1. נמקו.

ב. קבעו על פי תרשים ב את **סימנו** של Q_3 ואת היחס בין הגדלים Q_3/Q_1 . נמקו.

ג. מהי זווית השדה השקול במרכז הריבוע, במצב המתואר בתרשים ג? נמקו.

29. בתרשים שלפניכם מתוארת טבעת מעגלית דקה שרדיוסה R והיא טעונה באופן אחיד במטען חיובי Q+.



ציר z מוגדר כך: ראשיתו נמצאת במרכז הטבעת המעגלית, הוא מאונך למישור הטבעת, וכיוונו החיובי כלפי מעלה (כמתואר בתרשים).

א. מהו השדה החשמלי שהטבעת יוצרת על ציר z בכל הנקודות ששיעורן $z > 0$? נמקו.

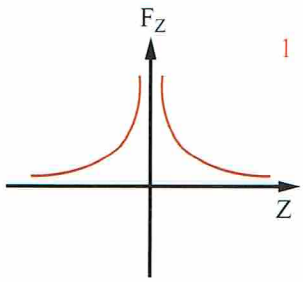
ב. מהו השדה החשמלי שהטבעת יוצרת על ציר z בכל הנקודות ששיעורן $z < 0$? נמקו.

ג. מהו גודל השדה החשמלי במרכז הטבעת ($z=0$)?

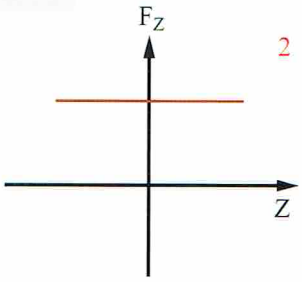
ד. לפניכם ארבעה גרפים (1)–(4).

איזה מבין ארבעת הגרפים יכול לתאר את השדה החשמלי לאורך ציר z, כפונקציה של z? נמקו.

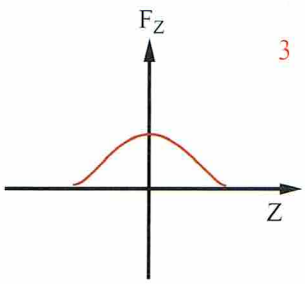
1



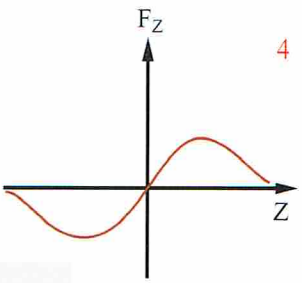
2



3



4



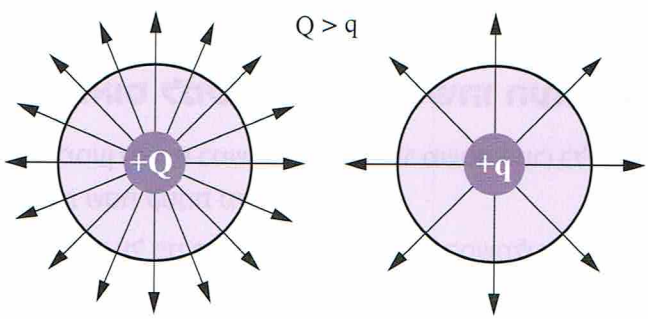
3 שטף חשמלי וחוק גאוס

רקע תיאורטי

עד כה ראינו איך שיקולים פשוטים אפשרו לנו לחשב שדות חשמליים של מערכי מטען מסוימים ומעטים בלבד. במקרים מורכבים יותר נשתמש **בחוק גאוס** (Gauss), המקשר בין השדה החשמלי לבין המטען הכולל ה"כלוא" בתוך משטח סגור, המכונה "**משטח גאוס**" על שמו של פרידריך גאוס (1777–1885), מתמטיקאי, פיזיקאי ואסטרונום גרמני נודע.

שטף של שדה חשמלי

לפנינו תיאור של קווי שדה סביב שני מטענים נקודתיים חיוביים, כאשר Q גדול מ-q.



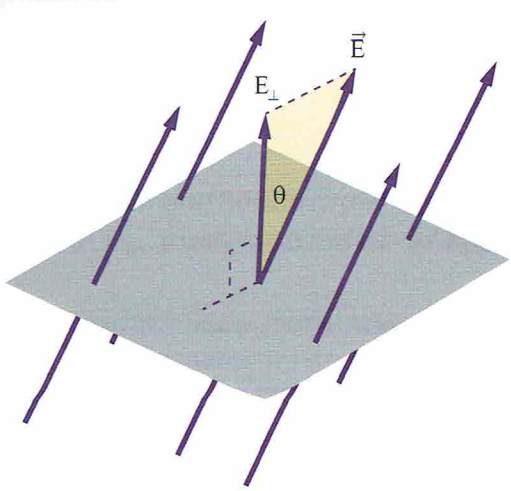
נעטוף (באופן דמיוני) כל אחד מהמטענים במשטח כדורי סגור בעל רדיוס כלשהו (השווה לשני המטענים).

בשל ההבדל בגודל המטענים, השדה החשמלי שייווצר על פני הכדור סביב Q יהיה גדול מזה שייווצר על פני הכדור המקיף את q.

עם זאת, בכל נקודה על פני משטחי הכדורים, וקטור השדה החשמלי E יהיה מאונך למשטח וגודלו קבוע, מכיוון שפני הכדור הם במרחק קבוע מהמרכז. לכן אם נסמן את שטח המעטפת של כל כדור ב-A, נקבל שמכפלת השדה החשמלי בשטח המעטפת **לא תהיה שווה** בשני המקרים.

למכפלה $E \cdot A$ קוראים **"שטף השדה החשמלי דרך המעטפת הכדורית"**, באופן אנלוגי למושג **שטף** בזרימה של נוזלים.

באופן כללי, שטף של שדה חשמלי דרך משטח **כלשהו** שווה **למכפלת רכיב השדה החשמלי הניצב למשטח** ($E_{\perp} = |\vec{E}| \cdot \cos\theta$) בשטח המשטח A, כאשר θ היא הזווית בין וקטור השדה החשמלי לבין וקטור הניצב למשטח.



נוכל להסיק כי **ככל שהמטען הנקודתי שיוצר את השדה גדול יותר, כך המכפלה $E \cdot A$ גדולה יותר (השטף החשמלי דרך משטח דמיוני שעוטף את המטען גדול יותר).**

זהו המקרה **הבסיסי** של **חוק גאוס** עבור מטען נקודתי.

נראה כעת כמה מקרים פרטיים נוספים.

חוק גאוס למשטח כדורי העוטף מטען נקודתי

בפרק הקודם ראינו שעל פי חוק קולון, השדה החשמלי סביב מטען נקודתי q שווה ל: $E = k\frac{q}{r^2}$.

נחשב את **השטף החשמלי**, שמוגדר כאמור כמכפלה $E \cdot A$, עבור כל אחד מהמטענים q ו-Q שהוצגו בתרשימים בעמוד הקודם, כאשר A הוא שטח המעטפת הכדורית.

$$\mathrm{E_q} \cdot \mathrm{A} = k\frac{q}{r^2} \cdot 4\pi r^2 = 4\pi kq$$

$$\mathrm{E_Q} \cdot \mathrm{A} = k\frac{Q}{r^2} \cdot 4\pi r^2 = 4\pi kQ$$

קיבלנו שמכפלה זו **אינה תלויה ברדיוס הכדור**!

מסקנה: שטף השדה החשמלי של מטען נקודתי q דרך משטח שהוא מעטפת כדורית סביבו, **פרופורציוני לגודל המטען**, ובניסוח מתמטי: $\mathrm{E} \cdot \mathrm{A} = 4\pi k \cdot q$, כאשר A הוא שטח המשטח הדמיוני שדרכו בוקע השדה, E הוא גודל השדה הבוקע דרך המשטח הדמיוני, ו-q הוא גודל המטען הנמצא באזור התחום על ידי המשטח.

חוק גאוס למשטח גאוס כלשהו העוטף מטען נקודתי

נקיף מטען נקודתי במשטח גאוס (כלומר משטח סגור) כלשהו, **שאינו דווקא מעטפת כדורית**. נחלק את המשטח לפיסות שטח קטנות מאוד ΔA.

בכל מקום על פני המעטפת, וקטור השדה החשמלי יוצר זווית θ כלשהי עם וקטור השטח. לכן $E_\perp = \left|\vec{E}\right| \cdot \cos\theta$.

אפשר להראות שמתקיים: $\sum_{\text{על כל המשטח הסגור}} E_\perp \cdot \Delta A = 4\pi k \cdot q$

מסקנה: חוק גאוס מתקיים **ללא תלות בצורת המשטח** העוטף את המטען.

חוק גאוס - המקרה הכללי

אם המשטח הגאוסי מכיל בתוכו כמה מטענים, למשל q_3, q_2, q_1 הנמצאים במקומות שונים, ניתן להשתמש בעקרון הסופרפוזיציה, שלפיו כל מטען תורם את התרומה שלו לשטף הכללי $\sum \mathrm{E}_\perp \cdot \Delta A$, ומכאן:

$$\Sigma[(E_{\perp 1} \cdot \Delta A) + (E_{\perp 2} \cdot \Delta A) + (E_{\perp 3} \cdot \Delta A)] = 4\pi k q_1 + 4\pi k q_2 + 4\pi k q_3$$

$$\Sigma \mathrm{E}_{\perp,total} \cdot \mathrm{A} = 4\pi k \cdot q_{total}$$

כאשר A הוא שטח המשטח הדמיוני שדרכו בוקע השדה, $\mathrm{E}_{\perp,total}$ הוא הרכיב הניצב של השדה הבוקע דרך המשטח הדמיוני, ו-q_{total} שווה לסכום האלגברי של המטען הנמצא באזור התחום על ידי המשטח.

מסקנה: שטף השדה החשמלי דרך משטח סגור כלשהו נמצא ביחס ישר למטען הכולל בתוך המשטח. זהו הניסוח הכללי של חוק גאוס.

מקובל להשתמש בקבוע ε_0 המוגדר: $\varepsilon_0 = \frac{1}{4\pi k}$. קבוע זה נקרא **הקבוע הדיאלקטרי של הריק** וערכו הוא:

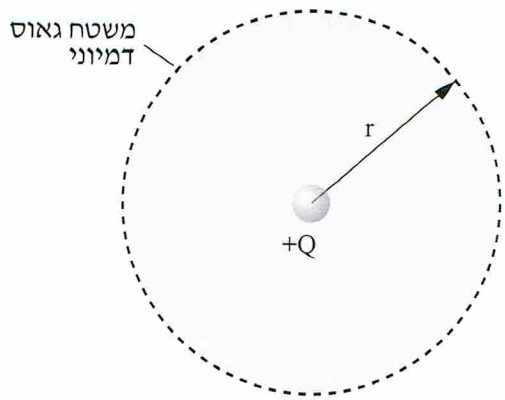
$$\varepsilon_0 = \frac{1}{4\pi k} = \frac{1}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9} = 8.85 \cdot 10^{-12}\left[\frac{C^2}{N \cdot m^2}\right]$$

ואז חוק גאוס נראה כך:

$$\Sigma \mathrm{E}_{\perp,total} \cdot \mathrm{A} = \frac{q_{total}}{\varepsilon_0}$$

שימושים של חוק גאוס

השדה החשמלי של מטען נקודתי



מטען חיובי Q מוצב בנקודה כלשהי. נבנה סביב המטען מעטפת כדורית שרדיוסה r. מטעמי סימטריה, השדה החשמלי מאונך למעטפת הכדורית ושווה בכל הנקודות שעל פניה. המטען הכלוא בתוך המעטפת הוא המטען Q.

שטח מעטפת הכדור שדרכו בוקע השדה הוא $A = 4\pi r^2$.

על פי חוק גאוס:

$$E_{\perp} \cdot A = E \cdot 4\pi r^2 = 4\pi kQ$$

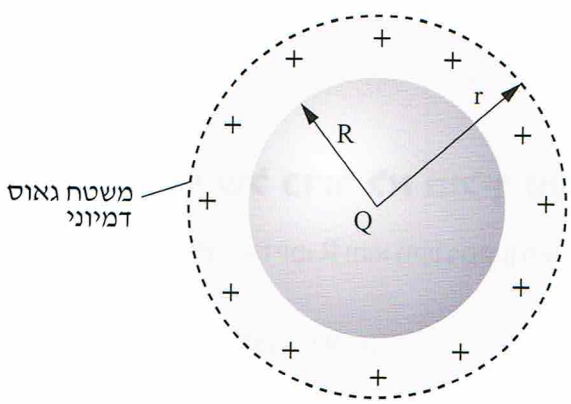
$$E = k\frac{Q}{r^2}$$

אם נמקם מטען נקודתי q במרחק r, נקבל שהכוח שפועל עליו הוא $F = q \cdot E = k\frac{Q \cdot q}{r^2}$.

זהו למעשה **חוק קולון**.

השדה החשמלי של כדור מוליך טעון

השדה מחוץ לכדור (r>R):



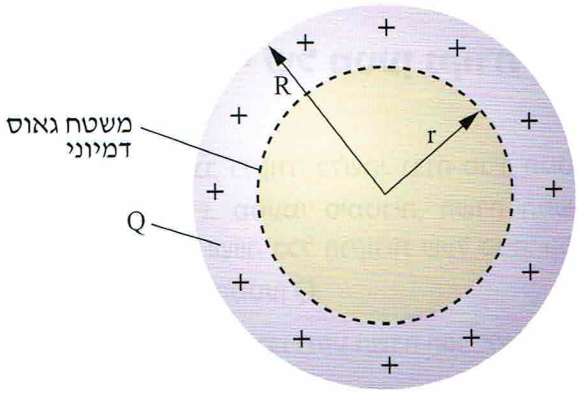
כמו במקרה הקודם, נבנה מעטפת כדורית שרדיוסה r. מטעמי סימטריה, השדה החשמלי מאונך למעטפת הכדורית ושווה בכל הנקודות שעל פניה. המטען הכלוא בתוך המעטפת שווה למטען הכדור Q. שטח מעטפת הכדור שדרכו בוקע השדה הוא $A = 4\pi r^2$.

מכאן: $E_{\perp} \cdot A = E \cdot 4\pi r^2 = 4\pi kQ$

$$E = k\frac{Q}{r^2}$$

מסקנה: השדה החשמלי שנוצר על ידי כדור מוליך טעון בנקודות שונות מחוץ לכדור, שווה לשדה שהיה נוצר בנקודות אלה אילו כל המטען היה מרוכז בנקודה במרכז הכדור.

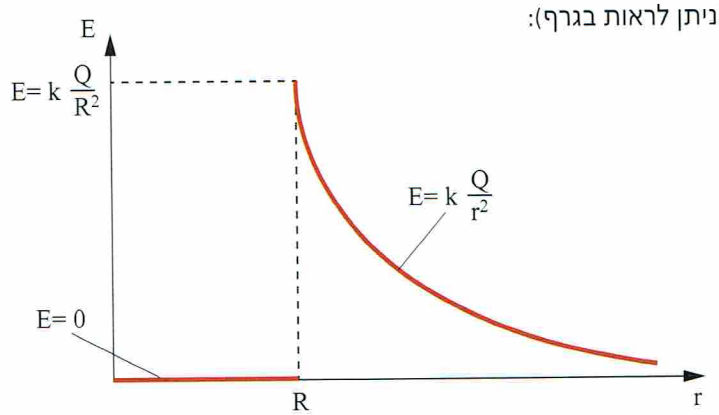
השדה בתוך הכדור (r<R):



נבנה מעטפת כדורית שרדיוסה r. מכיוון שהכדור מוליך, המטען נמצא על שפתו, ולכן אין מטען בתוך המעטפת הכדורית, כלומר q=0. מחוק גאוס **מתקבל** $E=0$, **תוצאה שקיבלנו בפרק הקודם משיקולי סימטריה**.

לסיכום, במקרה של כדור מוליך טעון, מתקיים (כפי שניתן לראות בגרף):

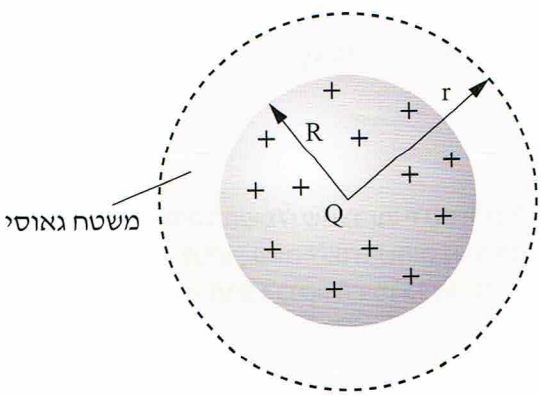
- השדה החשמלי ממרכז הכדור ועד לפני הכדור שווה אפס.
- על פני הכדור ומחוצה לו, עוצמת השדה שווה לזו שהייתה מתקבלת אילו כל המטען היה מרוכז במרכזו, כלומר ביחס הפוך לריבוע המרחק.



השדה החשמלי של כדור טעון כפונקציה של המרחק ממרכז הכדור

שדה חשמלי של כדור לא מוליך טעון

לפנינו כדור **לא מוליך**, שרדיוסו R והוא טעון במטען חיובי Q. נחשב את השדה החשמלי שלו.



- **השדה מחוץ לכדור (r>R):**

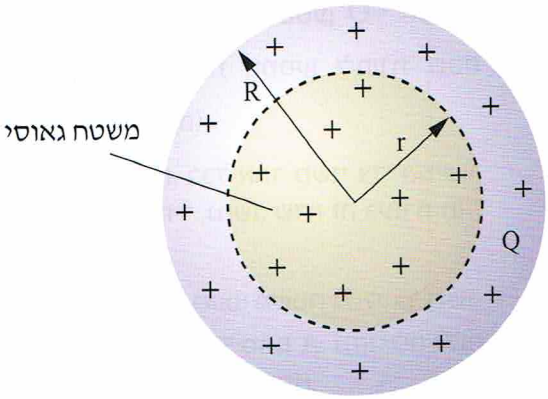
נבנה משטח גאוסי בצורת מעטפת כדורית ברדיוס r. מטעמי סימטריה, השדה החשמלי מאונך למעטפת הכדורית ושווה בכל הנקודות שעל פניה. המטען הכלוא בתוך המעטפת שווה למטען הכדור Q. שטח מעטפת הכדור שדרכו בוקע השדה הוא $A=4\pi r^2$.

$$E_{\perp}\cdot A = E\cdot 4\pi r^2 = 4\pi kQ$$

$$E = k\frac{Q}{r^2}$$

מסקנה: השדה החשמלי שנוצר על ידי כדור **לא מוליך** טעון בנקודות שונות מחוץ לכדור, שווה לשדה שהיה נוצר בנקודות אלה אילו כל המטען היה מרוכז בנקודה במרכז הכדור.

- **השדה בתוך הכדור (r<R):**



מכיוון שהכדור אינו מוליך, המטען אינו מרוכז על פניו. השדה החשמלי בתוך הכדור תלוי במרחק ממרכז הכדור, ונקבע על פי גודל המטען של הכדור, עד לנקודה שבה מחשבים את השדה.

נבנה בתוך הכדור מעטפת כדורית שרדיוסה r.

מטעמי סימטריה, השדה החשמלי מאונך למעטפת הכדורית ושווה בכל הנקודות שעל פניה. נניח שהכדור טעון בצורה אחידה ונמצא את הביטוי למטען q הכלוא בתוך המעטפת.

נסמן:

V נפח כל הכדור שרדיוסו R ומטענו Q.

V' נפח כדור פנימי שרדיוסו r.

הביטוי לצפיפות המטען:

$$\rho = \frac{Q}{V} = \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi R^3} \quad ,\rho' = \frac{q}{V'} = \frac{q}{\frac{4}{3}\pi r^3}$$

מכיוון שהנחנו שהכדור טעון בצורה אחידה, נוכל להשוות את הביטויים ולקבל:

$$\frac{Q}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{q}{\frac{4}{3}\pi r^3}$$

ומכאן: $q = \frac{r^3}{R^3} \cdot Q$.

נמצא את עוצמת השדה בתוך הכדור הלא מוליך בעזרת חוק גאוס:

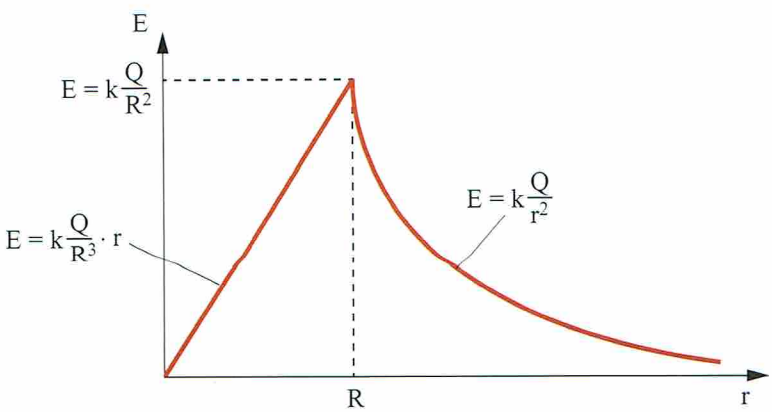
$$E_{\perp} \cdot A = 4\pi kq$$

$$E \cdot 4\pi r^2 = 4\pi k \frac{r^3}{R^3} \cdot Q$$

$$E = k\frac{Q}{R^3} \cdot r$$

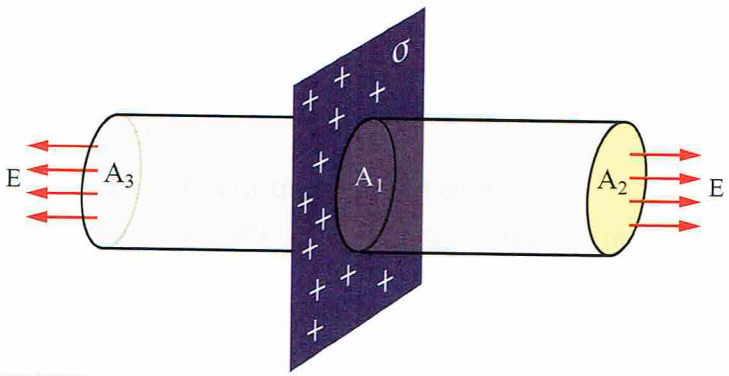
לסיכום, במקרה של כדור לא מוליך טעון, כפי שניתן לראות בגרף, מתקיים:

- השדה החשמלי ממרכז הכדור ועד לפני הכדור גדל ונמצא ביחס ישר למרחק ממרכז הכדור.
- על פני הכדור ומחוצה לו, עוצמת השדה שווה לזו שהייתה מתקבלת אילו כל המטען היה מרוכז במרכזו, כלומר ביחס הפוך לריבוע המרחק.



השדה החשמלי של כדור לא מוליך טעון כפונקציה של המרחק ממרכז הכדור

שדה חשמלי של לוח מוליך אינסופי טעון



לוח מוליך אינסופי טעון במטען Q+ המפוזר בצורה אחידה (כמות המטען ליחידת שטח $\sigma = \frac{Q}{A}$ היא קבועה).
מטעמי סימטריה, בכל אחד משני צדי המישור מתקבל שדה אחיד. נחשב שדה זה בעזרת חוק גאוס.

נבחר בתור משטח גאוסי משטח גלילי, כך ששני בסיסיו, ששטח כל אחד מהם A, מקבילים ללוח משני עבריו ובמרחק זהה ממנו.

המטען Q הכלוא בתוך הגליל נמצא על חלק הלוח שבתוך הגליל (A_1) ולכן $Q = \sigma \cdot A_1$.

השדה החשמלי מקביל למעטפת הגליל ומאונך לשני הבסיסים A_2 ו- A_3 ולכן:

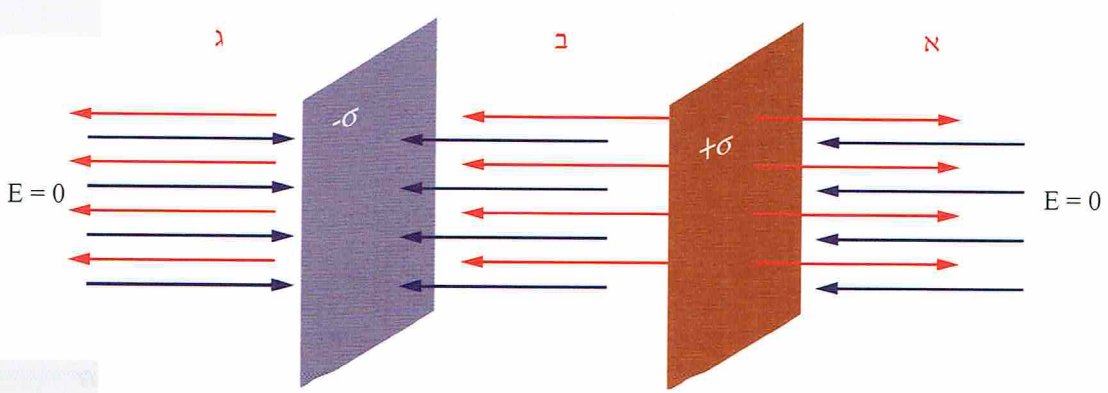
$$E_\perp \cdot A = 4\pi kQ$$

$$E_\perp \cdot (A_2 + A_3) = 4\pi k\sigma A_1$$

$$E_\perp = 2\pi k\sigma = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

שדה חשמלי בין שני לוחות אינסופיים טעונים

בהתבסס על התוצאה שקיבלנו עבור לוח אינסופי טעון, ניתן לראות כי:



- בין הלוחות השדה אחיד ושווה לסכום הווקטורי של השדות של שני הלוחות, כלומר:

$$E = 2\pi k\sigma + 2\pi k\sigma = 4\pi k\sigma = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

- מחוץ ללוחות השדות מבטלים זה את זה והשדה השקול שווה לאפס, E=0.

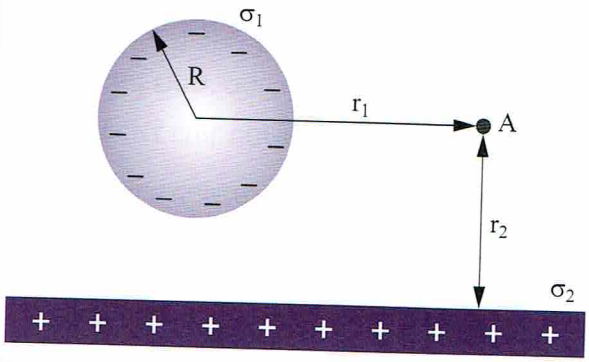
שימו לב: השדה בין כל שני לוחות שהמרחק ביניהם קטן מאוד ביחס לשטחם שווה ל- $\frac{\sigma}{\varepsilon_0}$, כלומר ניתן להתייחס אליהם כאילו הם אינסופיים.

סיכום

1. **שטף** של שדה חשמלי דרך משטח A הוא מכפלת רכיב השדה החשמלי הניצב לשטח A. $E_{\perp} = \left|\vec{E}\right| \cdot \cos\theta$ בשטח A.
2. **חוק גאוס**: שטף השדה החשמלי דרך משטח סגור, הנקרא **משטח גאוס**, נמצא ביחס ישר למטען הכולל בתוך המשטח, $\sum E_{\perp,total} \cdot A = \frac{q_{total}}{\varepsilon_0}$.
3. השדה החשמלי במקרה של **כדור מוליך טעון**:
   א. **בתוך הכדור**: ממרכז הכדור ועד לפני הכדור השדה החשמלי שווה אפס.
   ב. **מחוץ לכדור ועל פניו**: השדה החשמלי שווה לשדה שהיה נוצר אילו כל המטען היה מרוכז במרכז הכדור.
4. השדה החשמלי במקרה של **כדור לא מוליך טעון**:
   א. **בתוך הכדור**, ממרכז הכדור ועד לפני הכדור, השדה החשמלי גדל ונמצא ביחס ישר למרחק ממרכז הכדור: $E = k\frac{Q}{R^3} \cdot r$, כאשר Q המטען החשמלי, R רדיוס הכדור, r המרחק ממרכז הכדור.
   ב. **מחוץ לכדור**, השדה החשמלי שווה לשדה שהיה נוצר אילו כל המטען היה מרוכז במרכז הכדור.
5. השדה החשמלי של **לוח אינסופי** הטעון במטען Q+ ומפוזר בצפיפות מטען אחידה σ הוא: $E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$.
6. השדה חשמלי בין **שני לוחות אינסופיים טעונים** במטענים שווים ומנוגדים, המפוזרים בצפיפות מטען אחידה, הוא: $E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$. מחוץ ללוחות השדה החשמלי שווה אפס.

תרגילים לדוגמה (כולל פתרון)

דוגמה מספר (1)

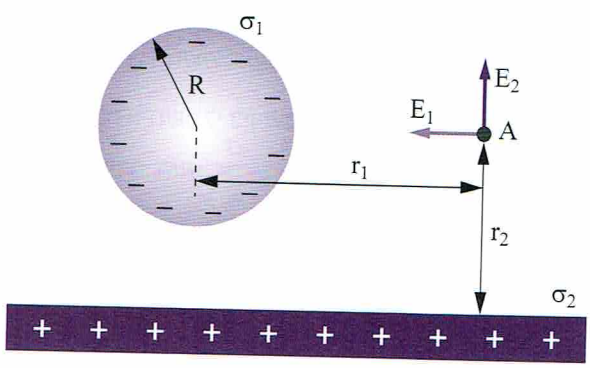


מרכזה של קליפה כדורית מוליכה שרדיוסה R=10[cm] נמצא במרחק $r_2=20[cm]$ מלוח מישורי גדול מאוד. הקליפה טעונה במטען שלילי בצפיפות אחידה $\sigma_1 = -2\cdot10^{-6}\left[\frac{C}{m^2}\right]$,

והלוח טעון במטען חיובי בצפיפות אחידה $\sigma_2 = +5\cdot10^{-7}\left[\frac{C}{m^2}\right]$.

חשבו את עוצמת השדה החשמלי (גודל וכיוון) בנקודה A הנמצאת במרחק $r_1=25[cm]$ ממרכז הכדור.

פתרון דוגמה מספר (1)



נחשב תחילה את גודל השדות החשמליים.

לפי חוק גאוס, השדה מחוץ לקליפה הטעונה הריהו כשדה שהיה יוצר מטען נקודתי שווה ערך למטען המפולג על פני שטח הפנים החיצוני של הקליפה המוליכה:

בכיוון שמאלה:

$$E_{1A} = k\frac{Q_1}{r_1^2} = k\frac{\sigma_1\cdot 4\pi R^2}{r_1^2} = 9\cdot10^9\cdot\frac{4\cdot\pi\cdot2\cdot10^{-6}\cdot(0.1)^2}{0.25^2} = 3.6\cdot10^4\left[\frac{N}{C}\right]$$

לפי חוק גאוס, גודל השדה שנוצר בשל הלוח המישורי:

$$E_{2A} = \frac{\sigma_2}{2\cdot\varepsilon_0} = \frac{5\cdot10^{-7}}{2\cdot8.85\cdot10^{-12}} = 2.8\cdot10^4\left[\frac{N}{C}\right]$$

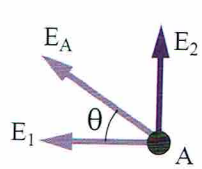
בכיוון מעלה.

השדה בנקודה A שווה לסכום השדות של הלוח והקליפה. גודלו:

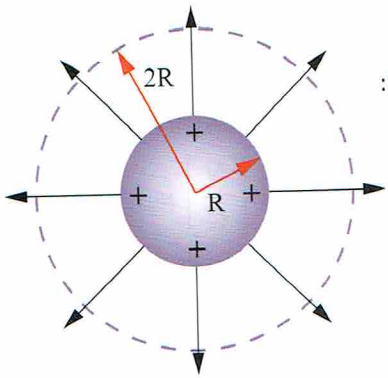
$$E_A = \sqrt{(3.6\cdot10^4)^2 + (2.8\cdot10^4)^2} = 4.6\cdot10^4\left[\frac{N}{C}\right]$$

$$\tan\theta = \left|\frac{2.8\cdot10^4}{3.6\cdot10^4}\right| = 0.77 \Rightarrow \theta = 37.8°$$

כיוונו:



דוגמה מספר (2)



כדור העשוי מחומר מוליך שרדיוסו R טעון בצפיפות מטען משטחית אחידה σ+. נתונים: ε_0 ,σ.

א. מהו גודל מטען הכדור?

ב. מהו השדה החשמלי סמוך מאוד לפני הכדור?

ג. מהו השדה במרחק 2R ממרכז הכדור?

ד. מהו השדה במרחק $\frac{R}{2}$ ממרכז הכדור?

פתרון דוגמה מספר (2)

א. נמצא את מטען הכדור בעזרת צפיפות המטען המשטחית. שטח הפנים של מעטפת כדורית הוא $A=4\pi R^2$, מכאן:

$$\sigma = \frac{Q}{A} = \frac{Q}{4\pi R^2} \Rightarrow Q = \sigma \cdot 4\pi R^2$$

ב. לפי חוק גאוס, השדה מחוץ לכדור הטעון שווה לשדה שהיה יוצר מטען נקודתי שווה ערך Q, הנמצא במרכז הכדור, לכן:

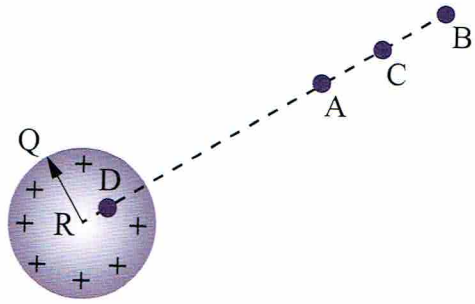
$$E_R = \frac{k \cdot Q}{R^2} = \frac{K \cdot \sigma \cdot 4\pi R^2}{R^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \sigma \cdot 4\pi = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

ג. המרחק גדל פי 2, עוצמת השדה החשמלי קטנה פי 4:

$$E_{2R} = \frac{k \cdot Q}{(2R)^2} = \frac{K \cdot \sigma \cdot 4\pi R^2}{4 \cdot R^2} = \frac{\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \sigma \cdot 4\pi}{4} = \frac{1}{4}\frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

ד. השדה האלקטרוסטטי בתוך הכדור המוליך הוא **אפס**, ועודף המטען מתפלג על פני שטח הפנים של המוליך.

דוגמה מספר (3)



נתון כדור מוליך הטעון במטען Q+. המטען מפולג על פני שטח הפנים החיצוני של הכדור המוליך. עוצמת השדה החשמלי בנקודה A הנמצאת מחוץ לכדור היא $E_A = 72\left[\frac{N}{C}\right]$, ועוצמת השדה החשמלי בנקודה B היא $E_B = 18\left[\frac{N}{C}\right]$.

א. מהו וקטור השדה החשמלי בנקודה C, הנמצאת באמצע המרחק בין שתי הנקודות A ו-B?

ב. מהו השדה החשמלי בנקודה D, הנמצאת באמצע המרחק בין מרכז הכדור לבין שפת הכדור?

פתרון דוגמה מספר (3)

א. לפי חוק גאוס, השדה מחוץ לכדור הטעון שווה לשדה שהיה יוצר מטען נקודתי שווה ערך למטען המפולג על פני שטח הפנים החיצוני של הכדור המוליך.

עוצמת השדה ב-A :

$$E_A = \frac{kQ}{r_A^{\,2}} \Rightarrow 72 = \frac{kQ}{r_A^{\,2}} \Rightarrow kQ = 72 \cdot r_A^{\,2}$$

עוצמת השדה ב- B:

$$E_B = \frac{kQ}{r_B^{\,2}} \Rightarrow 18 = \frac{kQ}{r_B^{\,2}} \Rightarrow KQ = 18 \cdot r_B^{\,2}$$

נמצא את היחס בין המרחקים:

$$18 \cdot r_B^{\,2} = 72 \cdot r_A^{\,2}$$

$$\frac{r_B^{\,2}}{r_A^{\,2}} = \frac{72}{18} = 4$$

$$r_B = 2 \cdot r_A$$

מרחק C ממרכז הכדור: $r_C = \frac{r_A + r_B}{2}$

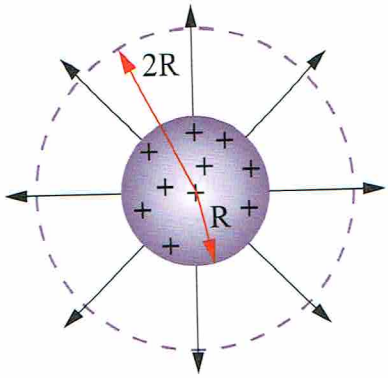
מכאן שעוצמת השדה בנקודה C:

$$E_C = \frac{kQ}{r_C^2} = \frac{kQ}{\left(\frac{r_A + r_B}{2}\right)^2} = \frac{kQ}{\left(\frac{3r_A}{2}\right)^2} = \frac{4}{9}\frac{kQ}{r_A^{\,2}} = \frac{4}{9} \cdot 72 = 32\left[\frac{N}{C}\right]$$

כיוונו הוא רדיאלי, כלפי חוץ.

ב. לפי חוק גאוס, השדה האלקטרוסטטי בתוך הכדור המוליך הוא אפס.

דוגמה מספר (4)



כדור העשוי מחומר מבודד שרדיוסו R טעון במטען חיובי בצפיפות נפחית $\rho+$.
ידוע שעוצמת השדה החשמלי במרחק 2R ממרכזו היא E.
נתונים: E, ε_0, ρ .

א. מצאו את רדיוסו של הכדור R.

ב. מצאו את מטען הכדור Q.

פתרון דוגמה מספר (4)

א. נבטא את מטען הכדור בעזרת חוק גאוס.

עוצמת השדה מחוץ לכדור הטעון במרחק 2R ממרכזו:

$$E = k\frac{Q}{(2R)^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{Q}{4R^2}$$

מכאן שמטען הכדור:

$$Q = E\cdot 16\pi\varepsilon_0 R^2$$

נבטא את מטען הכדור בעזרת צפיפות המטען הנפחית, הנתונה בביטוי:

$$\rho = \frac{Q}{V} = \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi R^3}$$

מכאן שמטען הכדור:

$$Q = \rho\cdot\frac{4}{3}\pi R^3$$

נשווה בין שני הביטויים שקיבלנו עבור המטען:

$$E\cdot 16\pi\varepsilon_0 R^2 = \rho\cdot\frac{4}{3}\pi R^3$$

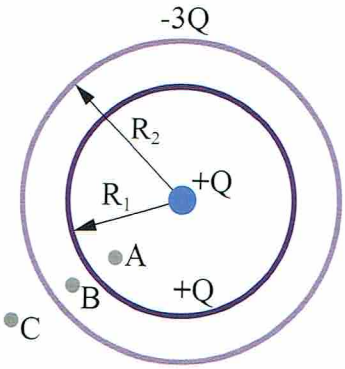
ומכאן שרדיוס הכדור הוא:

$$R = \frac{12E\varepsilon_0}{\rho}$$

ב. נציב את הביטוי שהתקבל עבור הרדיוס באחד מהביטויים של המטען:

$$Q = E\cdot 16\pi\varepsilon_0 R^2 = E\cdot 16\pi\varepsilon_0\cdot\left(\frac{12E\varepsilon_0}{\rho}\right)^2 = \frac{2304\cdot\pi\cdot E^3\cdot\varepsilon_0^3}{\rho^2}$$

דוגמה מספר (5)



קליפה כדורית שרדיוסה R_1 נמצאת בתוך קליפה כדורית שרדיוסה R_2.

לשתי הקליפות מרכז משותף O שנמצא בו מטען נקודתי $+Q$.

הקליפה הפנימית טעונה במטען חיובי $+Q$, והקליפה החיצונית טעונה במטען חשמלי שלילי $-3Q$. שתי הקליפות עשויות מחומר מוליך.

בטאו באמצעות נתוני השאלה את גודל השדה החשמלי הכולל, ששתי הקליפות והמטען יוצרים בכל אחת מהנקודות A, B, C.

פתרון דוגמה מספר (5)

על פי חוק גאוס:

- נקודה A נמצאת בתוך שתי הקליפות, לכן השדה הוא בהשפעת המטען הנקודתי:

$$E_A = \frac{kQ}{r_A^2}$$

- נקודה B נמצאת **בתוך** הקליפה החיצונית **ומחוץ** לקליפה הפנימית, ולכן השדה הוא בהשפעת המטען הנקודתי ובהשפעת הקליפה הפנימית.

השדה מחוץ לקליפה הפנימית הריהו כשדה שהיה יוצר מטען נקודתי שווה ערך למטען המפולג על פני שטח הפנים החיצוני של הקליפה. מכאן שהשדה בהשפעת הקליפה הפנימית והמטען הנקודתי:

$$E_B = \frac{kQ}{r_B^2} + \frac{kQ}{r_B^2} = 2\frac{kQ}{r_B^2}$$

- נקודה C נמצאת מחוץ לשתי הקליפות, לכן השדה הוא בהשפעת המטען הנקודתי ובהשפעת שתי הקליפות, השווה לזה שהיה יוצר מטען נקודתי שווה ערך למטען המפולג על פני שטח הפנים החיצוני של הקליפות:

$$E_C = \frac{kQ}{r_C^2} + \frac{kQ}{r_C^2} - 3\frac{kQ}{r_C^2} = -\frac{kQ}{r_C^2}$$

דוגמה מספר (6)

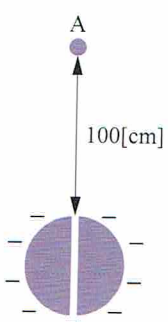
כדור מוליך שרדיוסו $R=10[cm]$ וקדוחה בו תעלה צרה מאוד העוברת דרך מרכזו (כמתואר בתרשים א).

הכדור טעון במטען שלילי. נתון כי **גודל** השדה החשמלי בנקודה A, שנמצאת במרחק $100[cm]$ משפת הכדור (מול התעלה), הוא $E_A = 20\left[\frac{N}{C}\right]$.

פרוטון משוחרר ממנוחה מהנקודה A.

א. תארו את תנועת הפרוטון (צורת המסלול, מהירותו, תאוצתו) עד הרגע שבו הוא נעצר לראשונה. הסבירו את שיקוליכם.

ב. מצאו את עוצמת השדה החשמלי סמוך מאוד לפני הכדור הטעון.

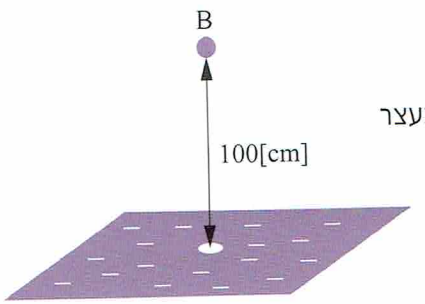


תרשים א

במקרה אחר לוקחים לוח "אינסופי" טעון במטען שלילי בצפיפות אחידה, שבו נקב קטן (תרשים ב).

פרוטון משוחרר ממנוחה מהנקודה B, הנמצאת מעל הנקב במרחק 100[cm] מהלוח.

נתון כי גודל השדה החשמלי בנקודה B הוא $E_B=20\left[\frac{N}{C}\right]$.



תרשים ב

ג. תארו את תנועת הפרוטון (צורת המסלול, מהירותו, תאוצתו) עד הרגע שבו הוא נעצר לראשונה. הסבירו את שיקוליכם.

ד. מצאו את מהירותו של הפרוטון, כהרף עין לפני הגעתו ללוח הטעון.

ה. מהי צפיפות המטען המשטחית של הלוח σ?

פתרון דוגמה מספר (6)

א. מרגע שחרורו ועד הגיעו לשפת הכדור, כוח המשיכה החשמלי מאיץ את הפרוטון כלפי מטה. לכן הפרוטון מגביר את מהירותו כאשר גודל תאוצתו ומהירותו מרביים, סמוך לשפת הכדור.

בתוך הכדור השדה החשמלי שווה לאפס, לכן לא יפעל כוח על הפרוטון והוא ינוע במהירות קבועה.

מרגע יציאתו מהנקב, מהירות הכדור תקטן כי כיוון הכוח הפועל עליו הוא כלפי מעלה וכך גם כיוון תאוצתו.

ב. נחשב תחילה את מטען הכדור בעזרת השדה בנקודה A:

$$E_A=\frac{kQ}{r_A^2}\Rightarrow Q=\frac{E_A\cdot r_A^2}{k}=\frac{20\cdot 1.1^2}{9\cdot 10^9}=2.68\cdot 10^{-9}[C]$$

נסמן נקודה AA על שפת הכדור:

$$E_{AA}=\frac{kQ}{r_{AA}^2}=\frac{9\cdot 10^9\cdot 2.68\cdot 10^{-9}}{0.1^2}=2412\left[\frac{N}{C}\right]$$

ג. מרגע שחרורו ועד הגיעו ללוח, כוח המשיכה החשמלי, שהוא קבוע בגודלו, מאיץ את הפרוטון בתאוצה קבועה כלפי מטה והפרוטון מגביר את מהירותו. מרגע יציאתו מהנקב, מהירות הכדור תקטן בקצב קבוע.

ד. נחשב תחילה את תאוצת הפרוטון:

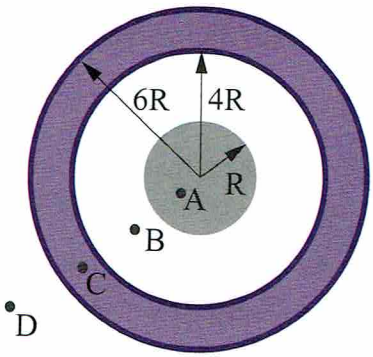
$$\sum F_y=ma_y\Rightarrow Eq=ma_y\Rightarrow a_y=\frac{Eq}{m}=\frac{20\cdot 1.6\cdot 10^{-19}}{1.67\cdot 10^{-27}}=1.916\cdot 10^9\left[\frac{m}{s^2}\right]$$

$$v_t^2=v_0^2+2ay=2\cdot 1.916\cdot 10^9\cdot 1\Rightarrow v_t=61.9\cdot 10^3\left[\frac{m}{s}\right]$$

ה.

$$E=\frac{\sigma}{2\cdot\varepsilon_0}\Rightarrow\sigma=E\cdot 2\cdot\varepsilon_0=20\cdot 2\cdot 8.85\cdot 10^{-12}=3.54\cdot 10^{-10}\left[\frac{C}{m^2}\right]$$

דוגמה מספר (7)



כדור מוליך שרדיוסו R טעון בצפיפות מטען משטחית $+\sigma$.

הכדור מוקף בקליפה מוליכה כדורית ניטרלית, שרדיוסה הפנימי 4R ורדיוסה החיצוני 6R. נתונים: R, σ, ε_0

א. תארו את חלוקת המטען על שפות הקליפה המוליכה.

ב. בטאו את השדה החשמלי בנקודות: A, B, C, D.

פתרון דוגמה מספר (7)

א. מטען הכדור המלא:

$$\sigma = \frac{Q}{A} = \frac{Q}{4\pi R^2} \Rightarrow Q = +\sigma \cdot 4\pi R^2$$

כדי לקבל $E=0$ בכל נקודה פנימית של הקליפה המוליכה, צריך להימצא מטען מושרה $-Q$ על המשטח הפנימי של הקליפה המוליכה, שאותו משרה המטען $+Q$ שעל שפת הכדור.

מכאן שהמטען המושרה על השפה הפנימית של הקליפה:

$$-Q = -\sigma \cdot 4\pi R^2$$

המטען על השפה החיצונית שווה בגודלו והפוך בסימנו לזה של הקליפה החיצונית כי הקליפה ניטרלית:

$$+Q = +\sigma \cdot 4\pi R^2$$

ב. לפי חוק גאוס, השדה האלקטרוסטטי בתוך הכדור המוליך הוא אפס.

$$E_A = 0$$

השדה מחוץ לכדור הטעון זהה לשדה שהיה יוצר מטען נקודתי שווה ערך Q הנמצא במרכז הכדור.

הקליפה הכדורית אינה משפיעה.

$$E_B = k\frac{Q}{r_B^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{\sigma \cdot 4\pi R^2}{r_B^2} = \frac{\sigma \cdot R^2}{\varepsilon_0 \cdot r_B^2}$$

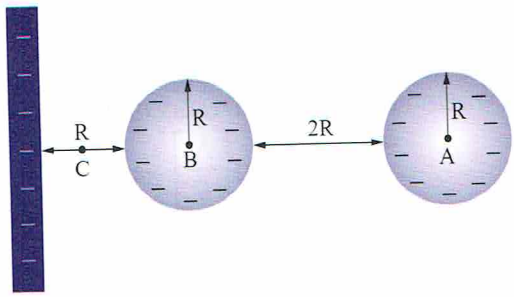
$$E_C = 0$$

השדה בתוך הקליפה המוליכה שווה אפס:

השדה מחוץ לקליפה (הניטרלית) ולכדור הטעון, שווה לשדה שהיה יוצר מטען נקודתי שווה ערך Q הנמצא במרכז הכדור.

$$E_D = k\frac{Q}{r_D^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{\sigma \cdot 4\pi R^2}{r_D^2} = \frac{\sigma \cdot R^2}{\varepsilon_0 \cdot r_D^2}$$

דוגמה מספר (8)

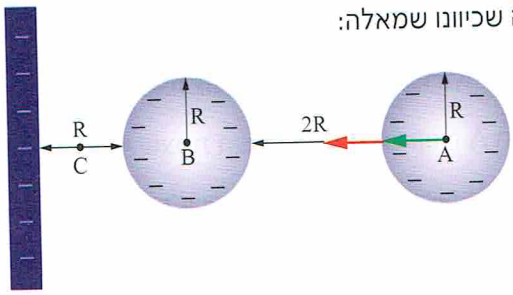


נתונות שתי קליפות כדוריות זהות, שרדיוס כל אחת מהן הוא R, וכל אחת מהן טעונה במטען חיובי Q. משמאל לקליפות הכדוריות נמצא לוח אינסופי, הטעון בצפיפות מטען ליחידת שטח σ-.

מהו השדה בנקודות A, B, C, הנמצאות על הישר המחבר בין מרכזי שתי הקליפות הכדוריות? (נקודה C נמצאת במרחק $\frac{R}{2}$ מהלוח ומהקליפה.)

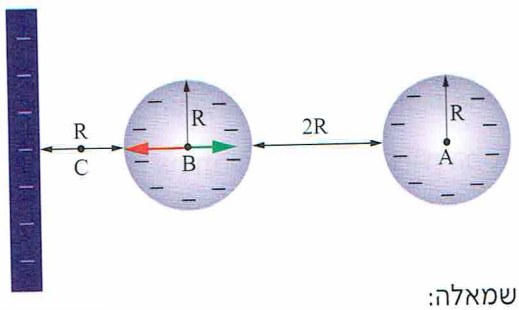
פתרון דוגמה מספר (8)

בנקודה A הקליפה השמאלית יוצרת שדה שכיוונו שמאלה, והלוח יוצר שדה שכיוונו שמאלה:



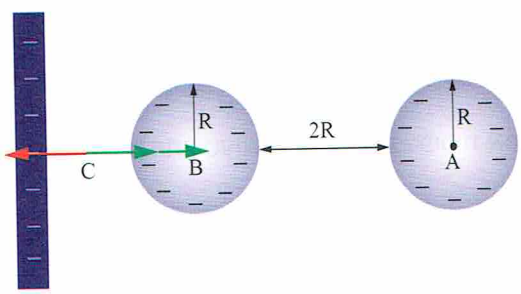
$$E_A = -\frac{kQ}{(4R)^2} - \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

בנקודה B הקליפה הימנית יוצרת שדה שכיוונו ימינה, והלוח יוצר שדה שכיוונו שמאלה:



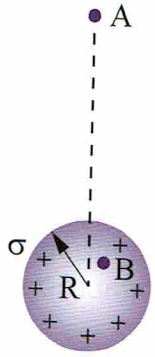
$$E_B = \frac{kQ}{(4R)^2} - \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

בנקודה C שתי הקליפות יוצרת שדה שכיוונו ימינה, והלוח יוצר שדה שכיוונו שמאלה:



$$E_C = \frac{kQ}{(1.5R)^2} + \frac{kQ}{(5.5R)^2} - \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

תרגילים

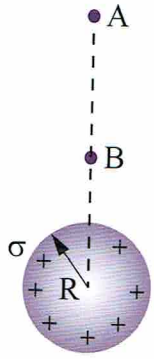


1. נתון כדור מוליך שרדיוסו $R=5[cm]$. הכדור טעון במטען חיובי בצפיפות אחידה σ על פני שטח הפנים החיצוני שלו. עוצמת השדה החשמלי בנקודה A, הנמצאת במרחק של $80[cm]$ ממרכז הכדור, היא $E_A=100\left[\frac{N}{C}\right]$.

א. חשבו את גודל המטען Q של הכדור.

ב. חשבו את צפיפות המטען המשטחית σ על פני הכדור.

ג. מהו גודל השדה החשמלי בנקודה B הנמצאת במרחק של $3[cm]$ ממרכז הכדור?

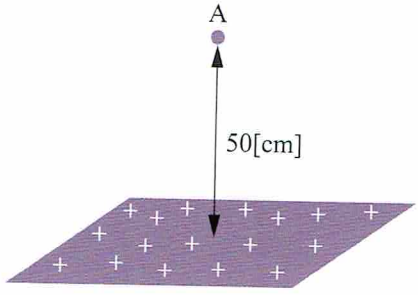


2. נתון כדור מוליך שרדיוסו $R=5[cm]$ הטעון במטען שלילי בצפיפות אחידה $\sigma=-6\cdot10^{-6}\left[\frac{C}{m^2}\right]$ על פני שטח הפנים החיצוני שלו.

א. חשבו את גודל המטען Q של הכדור.

ב. מהי עוצמת השדה החשמלי בנקודה A הנמצאת במרחק של $2[m]$ ממרכז הכדור, ומה כיוונו?

ג. מה גודל וכיוון הכוח שיפעל על מטען $q=2\cdot10^{-6}[C]$, שיונח בנקודה B הנמצאת במרחק של $1[m]$ ממרכז הכדור?

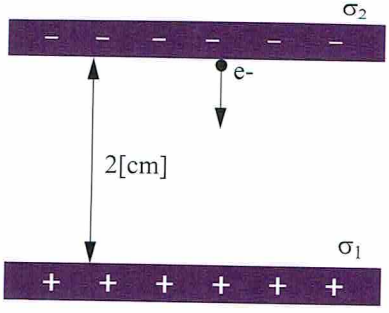


3. אלקטרון משוחרר ממנוחה מנקודה A, הנמצאת 50 ס"מ מעל לוח "אינסופי" הטעון במטען חיובי בצפיפות אחידה $\sigma=8\cdot10^{-6}\left[\frac{C}{m^2}\right]$.

א. תארו את תנועת האלקטרון (צורת המסלול, מהירותו, תאוצתו) עד רגע הגיעו ללוח.

ב. מצאו את מהירותו של האלקטרון כהרף עין לפני הגעתו ללוח הטעון.

ג. מה היה זמן תנועתו מרגע שחרורו ועד הגעתו ללוח?



4. שני לוחות מישוריים גדולים מאוד נמצאים במרחק של $2[cm]$ זה מזה.

הלוח התחתון טעון במטען חיובי בצפיפות אחידה $\sigma_1=8\cdot10^{-6}\left[\frac{C}{m^2}\right]$.

העליון טעון במטען שלילי בצפיפות אחידה $\sigma_2=-5\cdot10^{-9}\left[\frac{C}{m^2}\right]$.

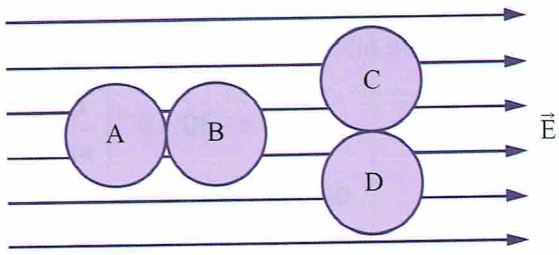
משחררים ממנוחה אלקטרון מהלוח השלילי. הניחו כי כוח הכבידה זניח.

א. מהי עוצמת השדה החשמלי ומה כיוונו בין הלוחות?

ב. מהי תאוצת האלקטרון הנע בין הלוחות?

ג. כעבור כמה זמן יגיע האלקטרון ללוח החיובי?

5. נתונים ארבעה כדורים מוליכים זהים ולא טעונים: A, B, C, D.



הכדורים A ו-B נוגעים זה בזה וכך גם הכדורים C ו-D.
מפעילים על הכדורים שדה חשמלי אחיד שכיוונו ימינה.

א. איזה מהמשפטים הבאים מתאר נכון את מה שיתרחש?

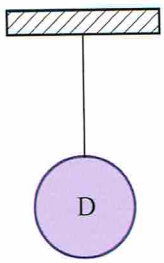
[1] כדור A ייטען במטען חיובי, כדור B ייטען במטען שלילי.

[2] כדור C ייטען במטען חיובי, כדור D ייטען במטען שלילי.

[3] כדורים A ו-B לא ייטענו.

[4] כדורים C ו-D לא ייטענו.

ב. מוציאים את כדור D מהשדה החשמלי ותולים אותו על חוט מבודד מחוץ לשדה. מוציאים מהשדה החשמלי גם את הכדורים A, B ו-C.
איזה מהמשפטים הבאים מתאר נכון את מה שיתרחש?



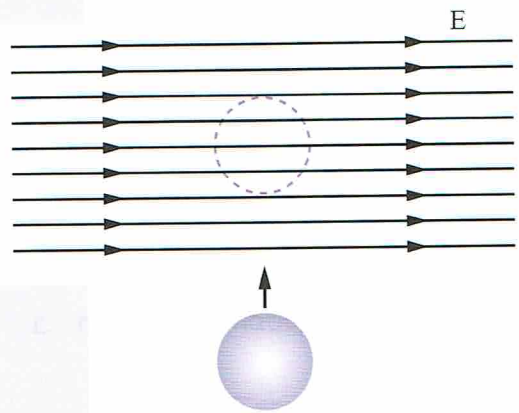
[1] כאשר יקרבו לכדור D את כדור A הוא יימשך אליו.

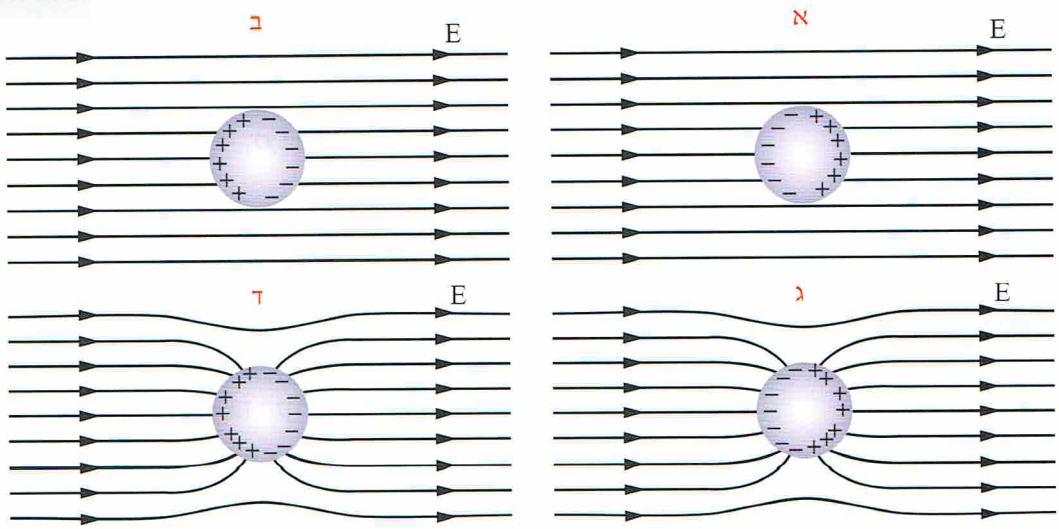
[2] כאשר יקרבו לכדור D את כדור B הוא יימשך אליו.

[3] כאשר יקרבו לכדור D את כדור C הוא יישאר במקומו.

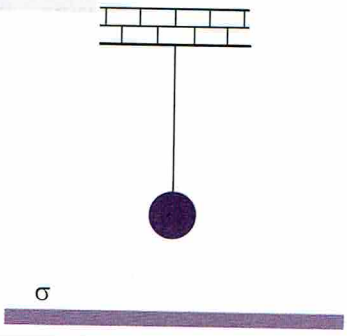
[4] כל ההיגדים נכונים.

6. כדור מוליך לא טעון הנמצא מחוץ לשדה חשמלי אחיד E מוכנס לתוך השדה. איזה מהתרשימים הבאים מתאר נכון את חלוקת המטען בתוך הכדור ואת צורת קווי השדה לאחר הכנסתו לתוך השדה?





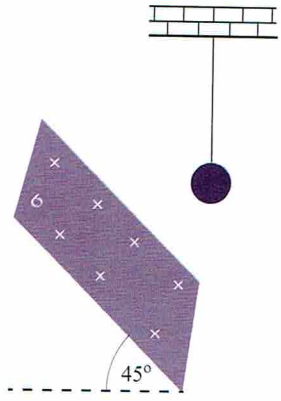
7. כדור שמסתו $m=2[kg]$ ומטען $Q=20\cdot10^{-6}[C]$ תלוי באמצעות חוט מהתקרה. מתחת לכדור ישנו לוח אינסופי בעל צפיפות מטען משטחית $\sigma=-30\cdot10^{-6}\left[\frac{C}{m^2}\right]$.



א. חשבו את המתיחות בחוט.

ב. חשבו את המתיחות בחוט אם צפיפות המטען תהיה $\sigma=5\cdot10^{-6}\left[\frac{C}{m^2}\right]$.

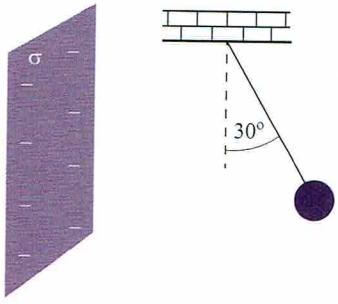
8. כדור שמסתו $m=500[gr]$ ומטענו $Q=2\cdot10^{-6}[C]$ תלוי באמצעות חוט מהתקרה. משמאל לכדור ישנו לוח אינסופי בעל צפיפות מטען משטחית $\sigma=50\cdot10^{-6}\left[\frac{C}{m^2}\right]$, הנטוי בזווית של $45°$ ביחס לאופק.



א. באיזו זווית ביחס לאנך ייפרש החוט?

ב. חשבו את המתיחות בחוט.

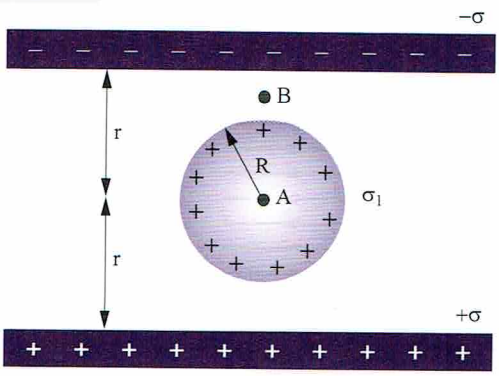
9. כדור שמסתו $m=50[gr]$ ומטענו Q תלוי באמצעות חוט מהתקרה. משמאל לכדור ישנו לוח אינסופי בעל צפיפות מטען משטחית $\sigma=-6\cdot10^{-6}\left[\frac{C}{m^2}\right]$. נתון שהחוט נפרש בזווית של $30°$ ביחס לאנך.



א. חשבו את המתיחות בחוט.

ב. חשבו את גודל המטען Q וציינו מה סימנו.

10. מרכזה של קליפה כדורית מוליכה שרדיוסה $R=10[cm]$ נמצא במרחק $r=20[cm]$ מכל אחד משני לוחות מישוריים גדולים מאוד. הקליפה טעונה במטען חיובי בצפיפות אחידה $\sigma_1=+2\cdot10^{-6}\left[\frac{C}{m^2}\right]$, והלוחות טעונים:



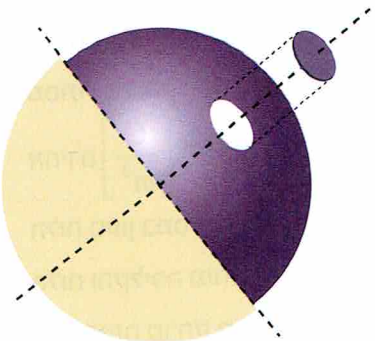
האחד במטען חיובי בצפיפות אחידה $\sigma=+5\cdot10^{-6}\left[\frac{C}{m^2}\right]$,

והשני במטען שלילי בצפיפות אחידה $\sigma=-5\cdot10^{-6}\left[\frac{C}{m^2}\right]$.

א. חשבו את עוצמת השדה החשמלי (גודל וכיוון) בנקודה A הנמצאת במרכז הקליפה.

ב. חשבו את עוצמת השדה החשמלי (גודל וכיוון) בנקודה B, הנמצאת במרחק $15[cm]$ מעל למרכז הקליפה.

11. קליפה כדורית מוליכה טעונה בצפיפות מטען אחידה. חותכים מהקליפה כיפה עגולה זעירה, וכתוצאה מכך נוצר בה חור.



בהנחה ששינוי זה אינו משנה את הצפיפות האחידה של המטען שעל שפת הקליפה הכדורית, קבעו מהו ההיגד או ההיגדים הנכונים:

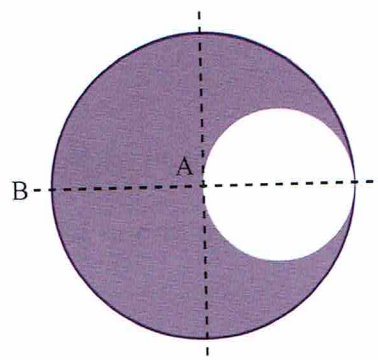
[1] השדה במרכז הקליפה שווה אפס.

[2] כיוון השדה במרכז הקליפה הוא ממרכז הקליפה לעבר מרכז החור.

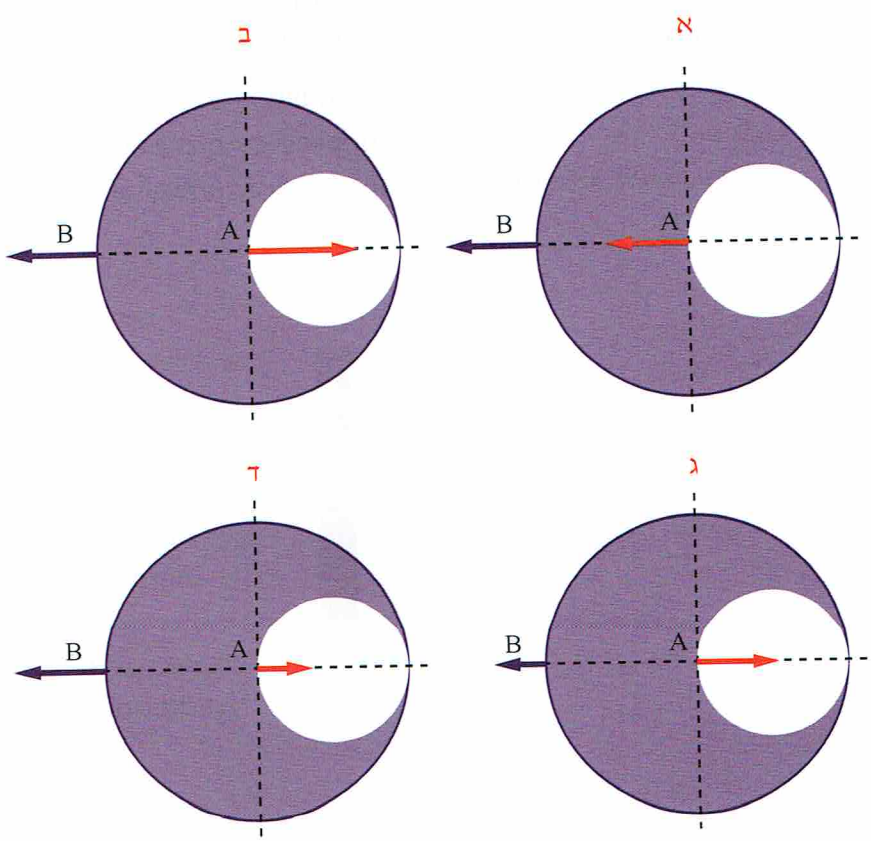
[3] השדה במרכז החור שווה אפס.

[4] כיוון השדה במרכז החור הוא ממרכז החור החוצה.

12. בתוך כדור ישנו חלל כדורי. רדיוס החלל שווה למחצית רדיוס הכדור. מטען חיובי מפוזר בצורה אחידה בתוך חלק הכדור ללא החלל בצפיפות נפחית קבועה.



איזה מהתרשימים מתאר את כיוון השדה בנקודות A ו-B (אורך החץ מייצג את עוצמת השדה)?



13. מרכזה של קליפה כדורית מוליכה שרדיוסה $R=10[cm]$ נמצא במרחק $r=80[cm]$ מלוח מישורי גדול מאוד.

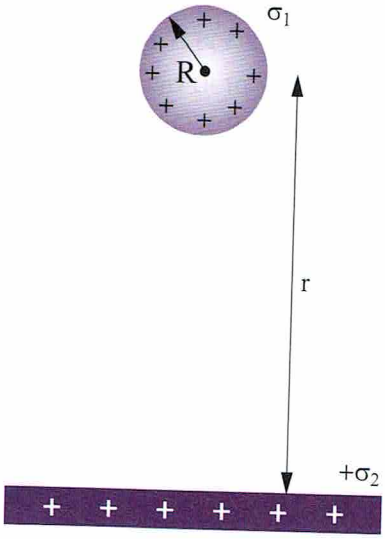
מסתה של הקליפה $m=100[gr]$ והיא טעונה במטען חיובי בצפיפות אחידה $\sigma_1 = +8\cdot10^{-6}\left[\frac{C}{m^2}\right]$.

הלוח טעון במטען חיובי בצפיפות אחידה $\sigma_2 = +4\cdot10^{-6}\left[\frac{C}{m^2}\right]$.

הלוח והקליפה מוחזקים במנוחה.

א. באיזה מרחק מהלוח עוצמת השדה החשמלי תהיה שווה אפס?

ב. משחררים את הכדור ממנוחה. מה תהיה מהירותו כשיחלוף על פני נקודה הנמצאת במרחק של $100[cm]$ מהלוח המישורי?



14. שני לוחות מישוריים גדולים מאוד נמצאים במרחק של $1[cm]$ זה מזה.

הלוח התחתון טעון במטען חיובי בצפיפות אחידה $\sigma = +1\cdot10^{-9}\left[\frac{C}{m^2}\right]$.

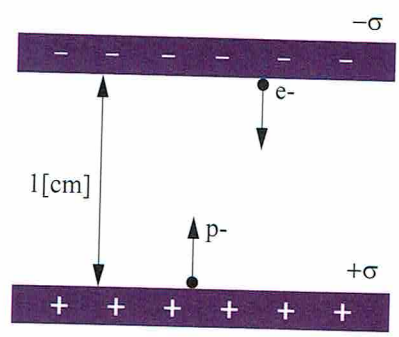
הלוח העליון טעון במטען שלילי בצפיפות אחידה $\sigma = -1\cdot10^{-9}\left[\frac{C}{m^2}\right]$.

משחררים בו-בזמן ממנוחה אלקטרון מהלוח השלילי ופרוטון מהלוח החיובי. הניחו כי השפעת המשקל יחסית לכוח החשמלי זניחה.

א. כעבור כמה זמן מרגע השחרור יחלפו המטענים האחד על פני השני?

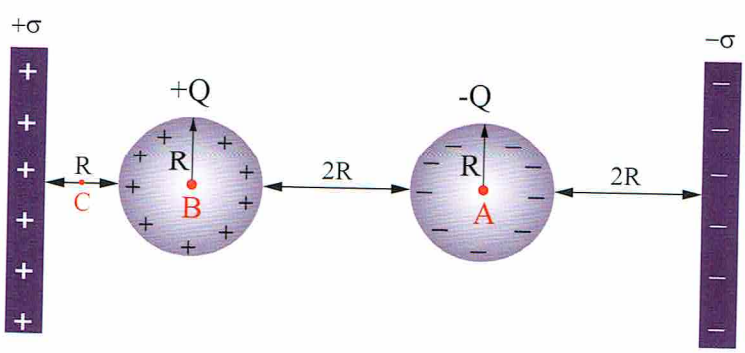
ב. כעבור כמה זמן יגיע האלקטרון ללוח החיובי והפרוטון ללוח השלילי?

ג. מהי מהירות האלקטרון בהגיעו ללוח החיובי, ומהי מהירות הפרוטון בהגיעו ללוח השלילי?

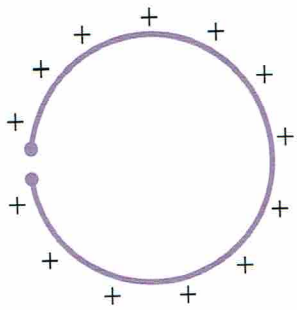


15. נתונות שתי קליפות כדוריות זהות, שרדיוס כל אחת מהן הוא R. הקליפות טעונות, האחת במטען חיובי $Q+$ והשנייה במטען שלילי $Q-$. הקליפות נמצאות בין שני לוחות מישוריים גדולים מאוד, כאשר לוח אחד טעון בצפיפות מטען ליחידת שטח $\sigma+$, והלוח השני טעון בצפיפות מטען ליחידת שטח $\sigma-$.

מהו השדה בנקודות C, B, A, הנמצאות על הישר המחבר בין מרכזי שתי הקליפות?



16. חוט פלסטיק (חומר מבודד) כופף לצורת טבעת מעגלית, שבה הושאר רווח קטן מאוד בקצוות. טוענים את הטבעת במטענים חיוביים המפוזרים בה בצורה אחידה. קבעו איזו מהטענות נכונה לגבי השדה החשמלי:



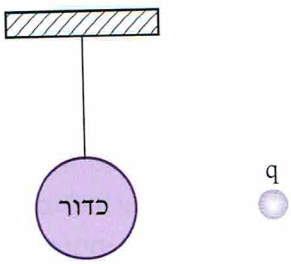
[1] במרכז הטבעת הוא שווה לאפס.

[2] כיוונו ממרכז הטבעת לעבר אמצע הקטע החסר.

[3] כיוונו מאמצע הקטע החסר לעבר מרכז הטבעת.

[4] הוא קיים רק מחוץ לטבעת.

17. נתון כדור העשוי מחומר מוליך, שאינו טעון חשמלית.
מקרבים אל הכדור מטען נקודתי q. קבעו איזו טענה נכונה:



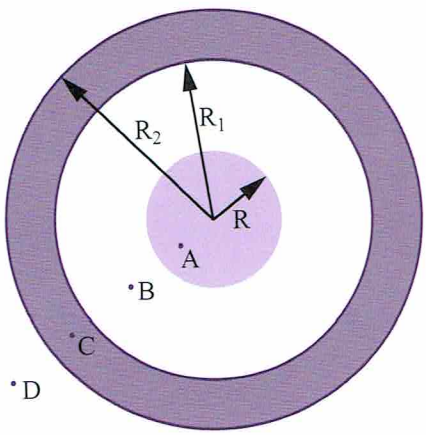
[1] על q יפעל כוח דחייה.

[2] על q יפעל כוח משיכה.

[3] לא יפעל כוח על q מכיוון שהכדור ניטרלי.

[4] בהתאם לסימנו של q ניתן לקבוע אם יפעל עליו כוח משיכה או כוח דחייה.

18. כדור מוליך שרדיוסו R טעון במטען Q- . הכדור מוקף בקליפה מוליכה כדורית ניטרלית, שרדיוסה הפנימי R_1 ורדיוסה החיצוני R_2 (ראו תרשים).



א. חלוקת המטען על שפות הקליפה היא:

[1] 0 על השפה הפנימית, Q+ על השפה החיצונית.

[2] Q+ על השפה הפנימית, 0 על השפה החיצונית.

[3] 0 על השפה הפנימית, 0 על השפה החיצונית.

[4] Q+ על השפה הפנימית, Q- על השפה החיצונית.

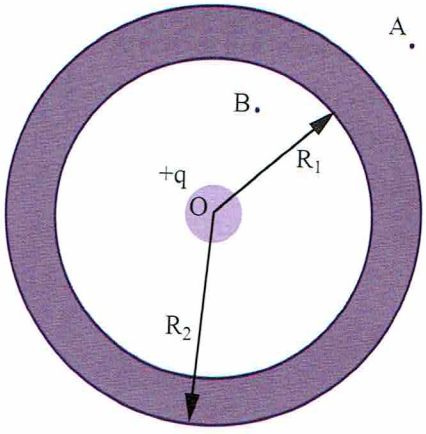
ב. עוצמת השדה היא הגדולה ביותר:

[1] בנקודה A [2] בנקודה B [3] בנקודה C [4] בנקודה D

ג. עוצמת השדה היא הקטנה ביותר (יכולה להיות יותר מתשובה אחת נכונה):

[1] בנקודה A [2] בנקודה B [3] בנקודה C [4] בנקודה D

19. מטען נקודתי $+q$ נמצא בנקודה O. נקודות A ו-B נמצאות במרחקים r_A ו- r_B בהתאמה מהנקודה O. מקיפים את המטען הנקודתי בקליפה כדורית מוליכה בלתי טעונה שמרכזה O ורדיוסיה R_1 ו-R_2, כמתואר בתרשים.



א. תארו את חלוקת המטען על שפות הקליפה המוליכה.

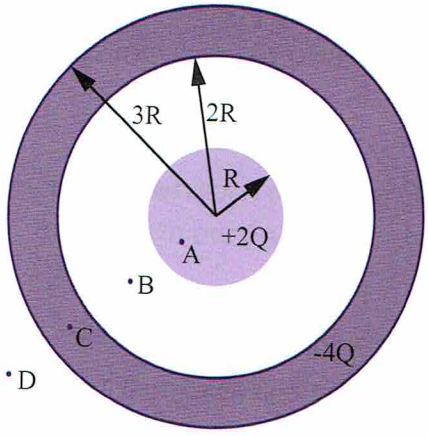
ב. האם כתוצאה מהוספת הקליפה הכדורית יחול שינוי:

[1] בשדה החשמלי בנקודה A? נמקו.

[2] בשדה החשמלי בנקודה B? נמקו.

20. כדור מוליך שרדיוסו R טעון במטען $+2Q$. הכדור מוקף בקליפה כדורית מוליכה עבה שמטענה $-4Q$, רדיוסה הפנימי 2R ורדיוסה החיצוני 3R.

נתונים: R, Q, k.



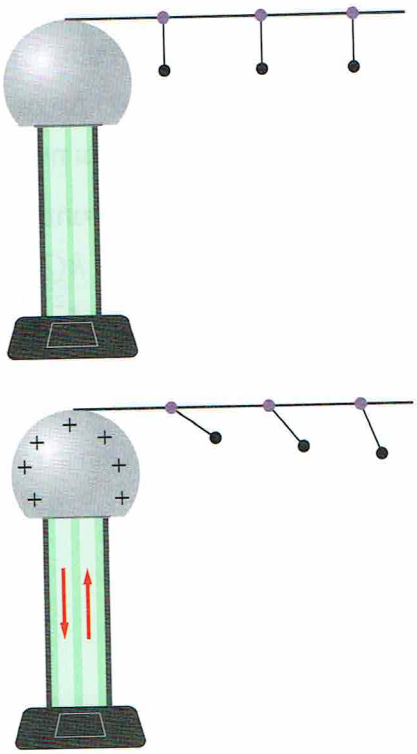
א. תארו את חלוקת המטען על שפות הקליפה המוליכה.

ב. בטאו את השדה החשמלי בנקודות: A, B, C, D.

4 אנרגיה חשמלית ופוטנציאל חשמלי

רקע תיאורטי

אנרגיה במרחב סביב מטען חשמלי



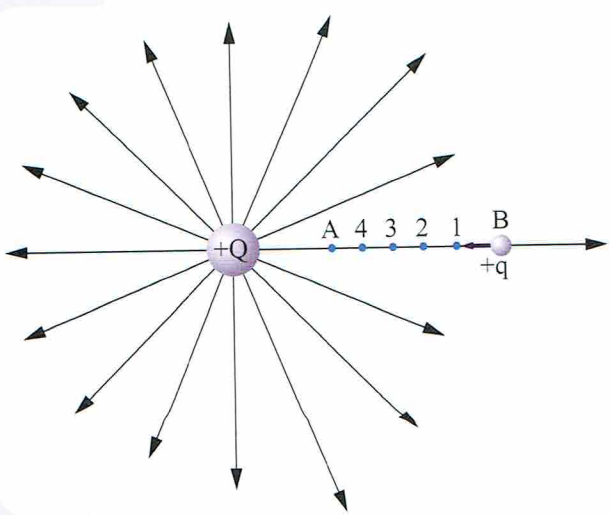
בעזרת מכשיר חשמלי (הנקרא **מחולל ואן-דה-גרף**), ניתן באמצעים מכניים לטעון כדור מתכתי שעליו נאספים מטענים חשמליים.

בניסוי פשוט, שבו מקרבים כדורי פחם התלויים על חוט אל הכדור הטעון, ניתן לראות כי הכדורים נדחים מהכדור הטעון וסוטים מהאנך בזוויות שונות. בניסוי אחר, שבו נקרב נורה פלואורסצנטית אל הכדור, ניווכח כי הנורה תידלק כתוצאה מכך.

נוכל להסיק כי במרחב שסביב הכדור הטעון קיים **שדה חשמלי**, המפעיל כוח חשמלי על כדורי הפחם, וכן **אנרגיה חשמלית** הדרושה להדלקת הנורה.

בלימודי המכניקה נוכחנו לדעת שלעתים קרובות נוח יותר לנתח מצבים ולהסביר תופעות טבע באמצעות שימוש בגדלים **סקלריים** (כגון אנרגיה), במקום בגדלים **וקטוריים** (כמו כוחות). נעשה זאת גם בהקשר לחשמל.

עבודה הנדרשת להעתקת מטען חשמלי בשדה חשמלי



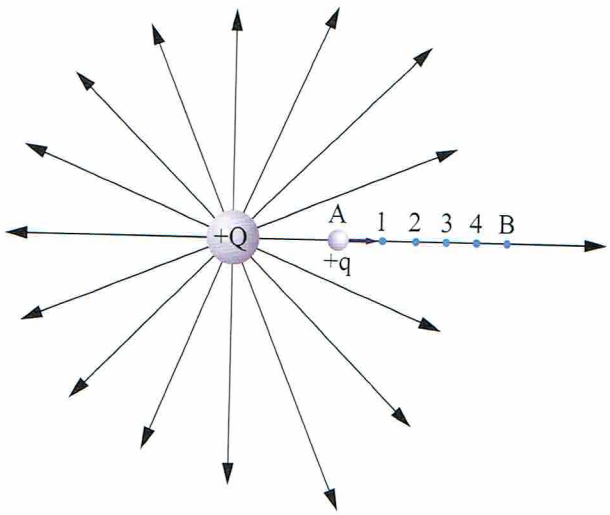
מטען חיובי $+q$ נמצא בנקודה B בשדה חשמלי, שנוצר על ידי מטען נקודתי חיובי $+Q$. כדי להביא את המטען q מנקודה רחוקה B לנקודה A, כמתואר באיור, **יש להפעיל כוח חיצוני** כדי להתגבר על כוח הדחייה בין המטענים.

העבודה המתבצעת על ידי הכוח החיצוני שווה **לשינוי באנרגיה של המטען** בין מצבו בנקודה A לבין מצבו בנקודה B. באופן תיאורטי נוכל לגרום לכך שבמהלך ההעתקה ישתווה הכוח החיצוני לכוח החשמלי, כך שהאנרגיה הקינטית של המטען לא תשתנה. לכן, נוכל להניח שאנרגיה **אחרת** משתנה במהלך העתקת המטען, אנרגיה שנקרא לה **האנרגיה הפוטנציאלית החשמלית**.

כדי לחשב את גודלה של אנרגיה זו, נניח תחילה שהעתקת המטען מ-A ל-B הייתה מתבצעת באופן ספונטני על ידי הכוח החשמלי שמפעיל השדה החשמלי על המטען $+q$.

נחשב מהי העבודה שמבצע השדה החשמלי בהעתקת המטען q+ מ-A ל-B לאורך קו שדה אחד.

לשם כך נחלק את מסלול ההעתקה להעתקים קטנים.



ההעתק הראשון מ-A ל-"1" שווה ל $\Delta r = r_1 - r_A$, השדה E מפעיל על המטען q+ כוח השווה ל- qE שכיוונו בכיוון של Δr כלומר דחייה. לכן עבודת השדה על המטען היא חיובית ונתונה בביטוי: $\Delta W_{A\to 1} = qE\Delta r$.

במעבר מהנקודה A לנקודה "1", עוצמת השדה משתנה מהערך $E_A = \frac{kQ}{r_A^2}$ לערך: $E_1 = \frac{kQ}{r_1^2}$.

מכיוון שהנקודות A ו-"1" קרובות מאוד זו לזו, ההפרש בין עוצמות השדה בהן קטן מאוד, וניתן להניח שהשדה השורר בהן הוא הערך הממוצע:

$$\overline{E} = \frac{E_A + E_1}{2} = \frac{k\frac{Q}{r_A^2} + k\frac{Q}{r_1^2}}{2} = k\frac{Q}{2}\left[\frac{1}{r_A^2} + \frac{1}{r_1^2}\right] = k\frac{Q}{2}\left[\frac{r_1^2 + r_A^2}{r_A^2 \cdot r_1^2}\right]$$

$$\overline{E} = k\frac{Q}{2}\left[\frac{(r_A - r_1)^2 + 2r_A r_1}{r_A^2 \cdot r_1^2}\right]$$

מכיוון שהנקודות 1, A קרובות מאוד זו לזו, מתקיים: $(r_A - r_1)^2 \to 0$ ולכן:

$$\overline{E} = k\frac{Q}{2}\left[\frac{2r_A r_1}{r_A^2 \cdot r_1^2}\right] = k\frac{Q}{r_A r_1}$$

ראינו ש: $\Delta W_{A\to 1} = qE\Delta r$, וכן: $\Delta r = r_1 - r_A$ ולכן:

$$\Delta W_{A\to 1} = \frac{kqQ(r_1 - r_A)}{r_1 r_A} = kqQ\left[\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_1}\right]$$

באותו אופן נוכל לחשב את העבודה בין כל שתי נקודות:

$$\Delta W_{1\to 2} = kqQ\frac{1}{r_1} - kqQ\frac{1}{r_2}$$

$$\Delta W_{2\to 3} = kqQ\frac{1}{r_2} - kqQ\frac{1}{r_3}$$

$$\Delta W_{3\to 4} = kqQ\frac{1}{r_3} - kqQ\frac{1}{r_4}$$

$$\Delta W_{4\to B} = kqQ\frac{1}{r_4} - kqQ\frac{1}{r_B}$$

מחיבור כל המשוואות הללו נקבל באגף השמאלי את העבודה הכוללת של השדה החשמלי, בהביאו את המטען q מנקודה A לנקודה B:

$$W_{A\to B} = kqQ\left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B}\right)$$

באופן כללי, אם העתקת מטען q תיעשה במספר צעדים (העתקים) כלשהו (n), תתקבל תוצאה זהה, כלומר:

העבודה שמבצע הכוח החשמלי על מטען חשמלי חיובי, בעת העתקתו מנקודה כלשהי A לנקודה כלשהי אחרת B, הנמצאת על אותו קו שדה – איננה תלויה במסלול אלא רק בנקודות ההתחלה והסיום.

לכן ניתן לומר שהכוח החשמלי הוא כוח משמר.

תוצאה זאת צפויה מכיוון שהכוח החשמלי, המתואר על ידי חוק קולון $F_E = \frac{kq_1q_2}{r^2}$, דומה מאוד לכוח הכבידה הנתון על ידי $F_G = \frac{Gm_1m_2}{r^2}$. בלימודי המכניקה ראינו שכוח הכבידה הוא כוח משמר שעבודתו אינה תלויה במסלול אלא רק בנקודת המוצא והסיום. **התוצאה שקיבלנו מתקיימת לכל מסלול בין A ל-B.**

עבודת השדה החשמלי והפרש האנרגיות הפוטנציאליות

מהיות הכוח החשמלי כוח משמר, ניתן להגדיר לו **אנרגיה פוטנציאלית חשמלית**, שאותה נסמן U_E.

העבודה $W_{A\to B}$ שנעשית על ידי הכוח החשמלי, בהעבירו מטען q מנקודה A לנקודה B בשדה שנוצר סביב מטען Q, ניתנת על ידי הפרש שני ביטויים:

$$W_{A\to B} = kqQ\frac{1}{r_A} - kqQ\frac{1}{r_B} = U_E(A) - U_E(B)$$

כאשר:

- הביטוי $U_E(A) = U_A = kqQ\frac{1}{r_A}$ מתאר את האנרגיה הפוטנציאלית החשמלית של המטען q בנקודה A בשדה החשמלי שנוצר על ידי המטען Q.
- הביטוי $U_E(B) = U_B = kqQ\frac{1}{r_B}$ מתאר את האנרגיה הפוטנציאלית החשמלית של המטען q בנקודה B בשדה החשמלי שנוצר על ידי המטען Q.

אם כן, **העבודה** $W_{A\to B}$ שנעשית על ידי **השדה החשמלי** בהעברת המטען q מנקודה A לנקודה B ניתנת על ידי **הפרש האנרגיות הפוטנציאליות בין נקודת ההתחלה A לנקודת הסיום B.**

בדרך כלל מקובל להגדיר הפרשי גדלים בין נקודת הסיום לנקודת ההתחלה, ולכן נרשום:

$$\Delta U_E = U_B - U_A = kqQ\frac{1}{r_B} - kqQ\frac{1}{r_A}$$

ומכאן:

$$W_{A\to B} = -(U_B - U_A) = -\Delta U_E$$

שימור אנרגיה בשדה חשמלי

עד כה טיפלנו בעבודת הכוח החשמלי בלבד. נבדוק מה קורה כאשר על מטען חשמלי הנמצא בשדה חשמלי פועלים גם **כוחות חיצוניים** (F_{ext}).

בהתבסס על חוק "**עבודה–אנרגיה קינטית**" מתקיים: $\sum(W_{F_{ext}})+W_E=\Delta E_k$

נציב: $W_{A\to B}=-\Delta U_E$ ונקבל: $\sum\left(W_{F_{ext}}\right)-\Delta U_E=\Delta E_k$ או $\sum\left(W_{F_{ext}}\right)=\Delta E_k+\Delta U_E$

במקרים שבהם עבודת הכוחות החיצוניים שווה לאפס נקבל: $\Delta E_k+\Delta U_E=0$

לכן: $E_k+U_E=E_{k(0)}+U_{E(0)}$. במילים אחרות, הגודל E_k+U_E הוא קבוע.

מסקנה: **הכוח החשמלי** משמר ולכן **מקיים את חוק שימור האנרגיה המכנית**, בדומה לכוח הכבידה.

נקודת ייחוס לחישוב הפרש האנרגיות הפוטנציאליות

בלימודי המכניקה ראינו שמקובל לבחור **נקודת ייחוס** כדי לחשב את הפרש האנרגיות הפוטנציאליות, כאשר מעתיקים מסה בין שתי נקודות.

בהקשר לשדה החשמלי, הנוצר על ידי מטענים בודדים נייחים, נוהגים לבחור את נקודת הייחוס בנקודה שבה ניתן להניח שהאנרגיה הפוטנציאלית החשמלית שווה לאפס. נקודה זו רחוקה מאוד מהמטענים היוצרים את השדה. ניתן להתייחס לנקודה זו כאל "אינסוף", כלומר $r\to\infty$, כאשר r הוא המרחק של המטען q מהמטען Q+ יוצר השדה ובה מתקיים $U_{(\infty)}=0$.

לכן: $U_E(r)=\frac{kqQ}{r}$ או $U_{(\infty)}-U_E(r)=0-\frac{kqQ}{r}$

המשמעויות של האנרגיה הפוטנציאלית החשמלית

הגדרנו את הגודל $U_E(r)=\frac{kqQ}{r}$ כאנרגיה הפוטנציאלית החשמלית של מטען q בשדה של מטען Q ובמרחק r ממנו. מטעמי סימטריה, זוהי גם האנרגיה של מטען Q בשדה של מטען q.

לכן מקובל להגדיר גודל זה כאנרגיה של **מערכת שני מטענים הנמצאים במרחק r זה מזה**.

ניתן לומר גם שאנרגיה זו שווה בגודלה **לעבודה שנדרש לבצע כוח חיצוני כדי להעתיק את אחד המטענים או את שני המטענים ממצב שהם במרחק רב (אינסוף) ועד למרחק r זה מזה**.

באופן כללי, אנרגיה פוטנציאלית חשמלית יכולה להיות חיובית או שלילית. במקרים שבהם אחד המטענים חיובי והשני שלילי, יש **משיכה חשמלית** בין המטענים והאנרגיה הפוטנציאלית שלילית. במקרים אלו יש **להשקיע אנרגיה**, למשל על ידי עבודה חיצונית, כדי **להרחיק את המטענים זה מזה** עד לאינסוף.

פוטנציאל חשמלי

ראינו שווקטור **עוצמת השדה החשמלי** בכל נקודה של השדה החשמלי, מאפיין את **הכוח החשמלי** הפועל על מטען בכל נקודה. בתחילת הדיון ציינו שנרצה למצוא גודל נוסף, סקלרי, שבאמצעותו נאפיין את **האנרגיה** בכל נקודה של השדה החשמלי.

לשם כך נגדיר **פוטנציאל חשמלי** בתור **האנרגיה החשמלית ליחידת מטען בנקודה בשדה החשמלי**.

הפוטנציאל החשמלי בנקודה כלשהי יסומן ב-V ולכן: $V=\frac{U_E}{q}$, כאשר:

U_E – האנרגיה החשמלית של מטען q בנקודה כלשהי בשדה החשמלי, ביחידות ג'אול [J].

q – המטען ביחידות קולון [C].

V – הפוטנציאל החשמלי ביחידות שנקראות **וולט**: $[V]=\frac{[J]}{[C]}$.

פוטנציאל חשמלי בנקודה כלשהי של השדה החשמלי יכול להיות **חיובי** או **שלילי**.

הפוטנציאל החשמלי בנקודה מסוימת יהיה **חיובי** ושווה ל- 1[V] אם:

- מתקבלת אנרגיה של 1[J], כאשר מטען חיובי של 1[C] נע באופן ספונטני מאותה נקודה ועד לאינסוף, או:
- העברה של מטען חיובי שגודלו 1[C] מאינסוף עד לאותה נקודה כרוכה בעבודה של 1[J].

הפוטנציאל החשמלי בנקודה מסוימת **שלילי** ושווה ל-1[V], אם:

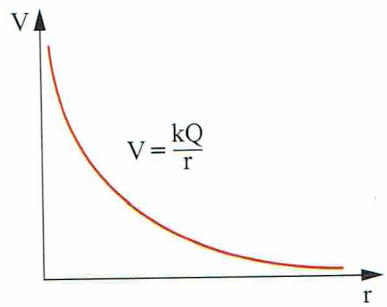
- מתקבלת אנרגיה של 1[J], כאשר מטען חיובי של 1[C] נע באופן ספונטני מאינסוף ועד לאותה נקודה, או:
- נדרשת עבודה של 1[J] כדי להעביר מטען חיובי שגודלו 1[C] מאותה נקודה לאינסוף, ללא שינוי באנרגיה הקינטית.

הפוטנציאל החשמלי סביב מטען נקודתי

הפוטנציאל החשמלי V בנקודה כלשהי במרחק r ממטען Q נתון על ידי: $V=\frac{kQ}{r}$.

לכן, הסימן של המטען Q קובע אם הפוטנציאל שלילי או חיובי.

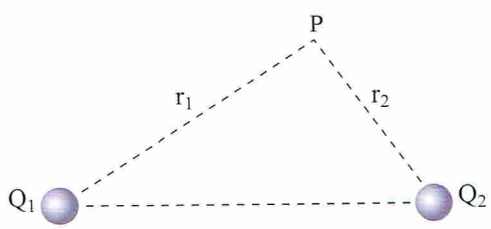
באיור מתואר הפוטנציאל כפונקציה של המרחק ממטען Q+.



פוטנציאל חשמלי סביב מטען נקודתי כפונקציה של המרחק ממנו.

הפוטנציאל הנוצר על ידי מערכת של מטענים נקודתיים

פוטנציאל הוא גודל סקלרי, לכן הפוטנציאל בנקודה נתונה P הוא סכום סקלרי של הפוטנציאלים הנוצרים באותה נקודה על ידי המטענים הבודדים.



$$V_P=V_1+V_2+\ldots V_n$$

$$V_P=k\frac{Q_1}{r_1}+k\frac{Q_2}{r_2}+\ldots k\frac{Q_n}{r_n}$$

הפוטנציאל בשדה של קליפה כדורית טעונה

ראינו שעוצמת השדה החשמלי, הנוצר על ידי כדור מוליך טעון שרדיוסו R ושהמטען מפוזר על פניו באופן אחיד, בנקודות שונות מחוץ לכדור r>R, שווה לזו שהייתה מתקבלת אילו כל המטען היה מרוכז במרכזו: $E=\frac{kQ}{r^2}$.

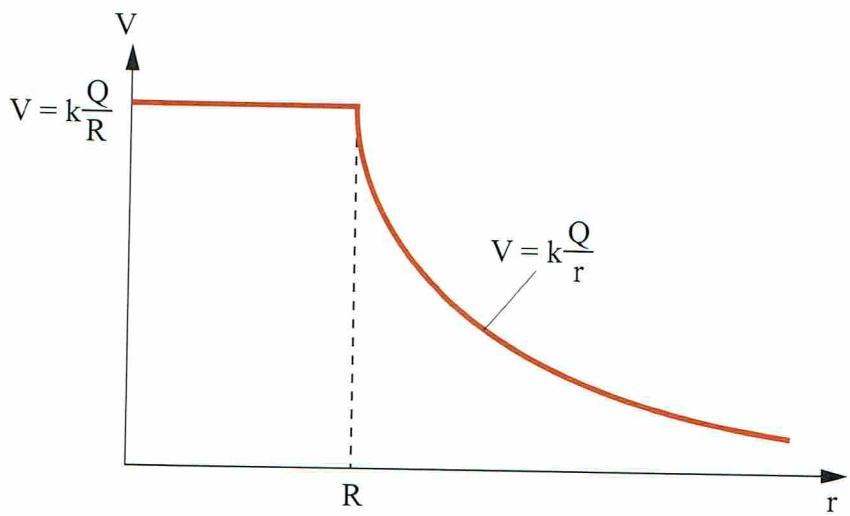
ממרכז הכדור ועד לפני הכדור r<R השדה החשמלי שווה אפס.

בחישוב הפוטנציאל החשמלי שעל הקליפה ומחוצה לה נוכל להניח שהמטען נמצא במרכזה.

לכן, כאשר r≥R הפוטנציאל נתון על ידי $V=\frac{kQ}{r}$.

בחלל הקליפה, כלומר עבור r<R, השדה החשמלי שווה לאפס, כלומר: אין צורך להשקיע עבודה בהעתקת יחידת מטען חיובי בתוך חלל הקליפה. לכן הפוטנציאל **קבוע** ושווה לזה שעל פניו $V=\frac{kQ}{R}$.

באיור מתואר גרף של הפוטנציאל של קליפה כדורית טעונה.



פוטנציאל חשמלי בשדה של קליפה כדורית טעונה שרדיוסה R, כפונקציה של המרחק ממרכזה.

סיכום

1. בשדה חשמלי פועל כוח חשמלי על כל מטען חשמלי שנמצא באזור ההשפעה שלו, ויש אנרגיה חשמלית לכל מטען חשמלי הנמצא בשדה.

2. העבודה הכוללת של השדה החשמלי, בהביאו מטען q מנקודה A לנקודה B: $W_{A\to B}=kqQ\left(\frac{1}{r_A}-\frac{1}{r_B}\right)$

3. הכוח החשמלי הוא כוח משמר, ולכן:

- **העבודה** שמבצע הכוח החשמלי בהעתיקו מטען מנקודה לנקודה **אינה תלויה במסלול** אלא רק בנקודות ההתחלה והסיום.
- ניתן להגדיר למטען **אנרגיה פוטנציאלית חשמלית**, שאותה נסמן U_E.
- הפרש האנרגיות הפוטנציאליות החשמליות של המטען q בשתי נקודות שונות בשדה החשמלי ניתן על ידי: $\Delta U_E=U_B-U_A=kqQ\frac{1}{r_B}-kqQ\frac{1}{r_A}$
- העבודה הכוללת של כוח חיצוני, בהביאו מטען q מנקודה A לנקודה B (ללא שינוי באנרגיה הקינטית): $W_{F_{ext}}=U_B-U_A=kqQ\left(\frac{1}{r_B}-\frac{1}{r_A}\right)$

4. הגודל $U_E(r)=\frac{kqQ}{r}$ נקרא **האנרגיה הפוטנציאלית החשמלית** של מטען q בשדה של מטען Q ובמרחק r ממנו.

- מטעמי סימטריה, זוהי גם האנרגיה של מטען Q בשדה של מטען q.
- זוהי גם האנרגיה של מערכת שני מטענים הנמצאים במרחק r זה מזה.
- האנרגיה הפוטנציאלית שווה לעבודה הנדרשת על ידי כוח חיצוני להעתיק את אחד המטענים או את שני המטענים ממצב שהם במרחק רב (אינסוף) למרחק r זה מזה.

5. **הפוטנציאל החשמלי** V מוגדר כ- $V=\frac{U_E}{q}$.

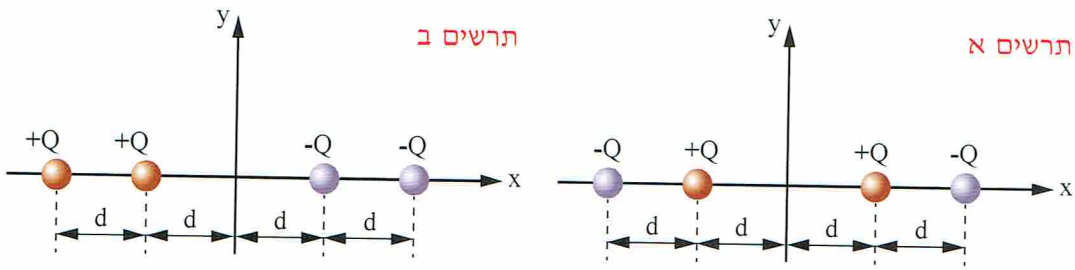
- שווה ל: $V=\frac{kQ}{r}$ בנקודה כלשהי במרחק r ממטען נקודתי Q.
- הסימן של המטען Q קובע אם הפוטנציאל **שלילי** או **חיובי**.
- הפוטנציאל בנקודה נתונה P הוא סכום סקלרי של הפוטנציאלים הנוצרים באותה נקודה על ידי המטענים הבודדים.

6. עבור **קליפה כדורית מוליכה טעונה**, כאשר מטען Q מפוזר על פניה באופן **אחיד**, מתקיים:

- מחוץ לקליפה (R<r) השדה נתון על ידי: $E(r)=\frac{kQ}{r^2}$ והפוטנציאל נתון על ידי: $V(r)=\frac{kQ}{r}$.
- על פני הקליפה (R=r) השדה החשמלי שווה ל: $E=\frac{kQ}{R^2}$ והפוטנציאל הוא $V=\frac{kQ}{R}$.
- בתוך הקליפה (R>r) השדה החשמלי E שווה אפס והפוטנציאל בכל נקודה שווה לזה שעל פני הקליפה, כלומר: $V=\frac{kQ}{R}$.

דוגמה מספר (1)

ארבעה מטענים נקודתיים מסודרים על ציר ה-x כמתואר בתרשימים.



א. מהי האנרגיה הפוטנציאלית החשמלית:

[1] בסידור המתואר בתרשים א? [2] בסידור המתואר בתרשים ב?

ב. מהי העבודה הנדרשת לצורך העברת המערכת מהמצב המתואר בתרשים א למצב המתואר בתרשים ב?

פתרון דוגמה מספר (1)

א. [1] האנרגיה החשמלית של מערכת המטענים בסידור המתואר בתרשים א:

$$U_{E1} = k\frac{(-Q)\cdot(-Q)}{4d} + k\frac{(-Q)\cdot Q}{3d} + k\frac{(-Q)\cdot Q}{d} + k\frac{Q\cdot Q}{2d} + k\frac{Q\cdot(-Q)}{3d} + k\frac{Q\cdot(-Q)}{d} = -\frac{23kQ^2}{12d}$$

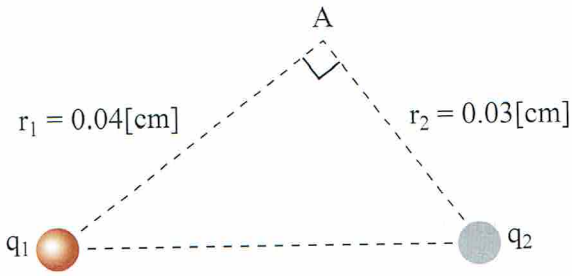
[2] האנרגיה החשמלית של מערכת המטענים בסידור המתואר בתרשים ב:

$$U_{E2} = k\frac{(-Q)\cdot Q}{4d} + k\frac{(-Q)\cdot Q}{3d} + k\frac{(-Q)\cdot(-Q)}{d} + k\frac{(-Q)\cdot Q}{2d} + k\frac{(-Q)\cdot Q}{3d} + k\frac{Q\cdot Q}{d} = \frac{7kQ^2}{12d}$$

ב. העבודה החיצונית, הנדרשת להעברת המערכת מהמצב המתואר בתרשים א למצב המתואר בתרשים ב, שווה לשינוי באנרגיה הפוטנציאלית:

$$W_{1\to 2} = \Delta U_E = \Delta U_{E2} - \Delta U_{E1} = \frac{7kQ^2}{12d} - (-\frac{23kQ^2}{12d}) = 2.5k\frac{Q^2}{d}$$

דוגמה מספר (2)



שני מטענים נקודתיים ממוקמים בקודקודיו של משולש ישר זווית בקצות היתר.

נתון $q_1 = +4 \cdot 10^{-6}[C]$, וכן נתון כי הפוטנציאל בנקודה A שווה אפס.

א. מה גודלו של המטען q_2?

ב. מהי האנרגיה הפוטנציאלית החשמלית של מערכת המטענים?

ג. כמה עבודה יש להשקיע על ידי כוח חיצוני כדי להעביר את המטענים ממצבם הנוכחי לאינסוף?

פתרון דוגמה מספר (2)

א. הפוטנציאל בנקודה נתונה A הוא סכום סקלרי של הפוטנציאלים הנוצרים באותה נקודה על ידי המטענים הבודדים:

$$V_A = \frac{kq_1}{r_1} + \frac{kq_2}{r_2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{4 \cdot 10^{-6}}{0.04} + 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{q_2}{0.03} = 0 \Rightarrow q_2 = -3 \cdot 10^{-6}[C]$$

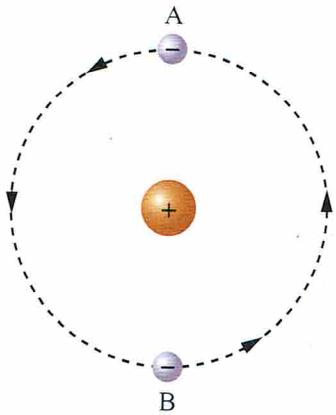
ב. האנרגיה הפוטנציאלית החשמלית של מערכת המטענים:

$$U_E = k\frac{Q \cdot q}{r} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{4 \cdot 10^{-6} \cdot (-3 \cdot 10^{-6})}{0.05} = -2.16[J]$$

ג. עבודת הכוח חיצוני שווה להפרש האנרגיה הפוטנציאלית:

$$W = U_{(\infty)} - U_E(A) = 0 - \frac{kqQ}{r} = 0 - \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 4 \cdot 10^{-6} \cdot (-3 \cdot 10^{-6})}{0.05} = 2.16[J]$$

דוגמה מספר (3)



שני חלקיקים נקודתיים, בעלי מסה m ומטען $q>0$ כל אחד, מבצעים תנועה מעגלית שרדיוסה R סביב חלקיק שמטענו $q>0$ כך שהמרחק ביניהם נותר קבוע.
נתונים: m , q , R , k.

א. מהי האנרגיה הפוטנציאלית החשמלית של המערכת?

ב. מהי האנרגיה הקינטית של שני החלקיקים המסתובבים?

ג. מהי האנרגיה הכוללת של המערכת?

פתרון דוגמה מספר (3)

א. האנרגיה הפוטנציאלית החשמלית:

$$U_E = \frac{k(-q)(-q)}{2R} + \frac{kq(-q)}{R} + \frac{kq(-q)}{R} = \frac{kq^2}{2R} - \frac{2kq^2}{R} = -\frac{3kq^2}{2R}$$

ב. נמצא תחילה את מהירות החלקיקים ובעזרתה נחשב את האנרגיה הקינטית.

מאחר שהחלקיקים נעים בתנועה מעגלית, הכוח מכוון לעבר מרכז המעגל, ולכן הכוח החשמלי ביניהם מהווה את הכוח הרדיאלי בתנועה זו. לפי החוק השני של ניוטון:

$$\sum F_R = ma_R$$

$$\frac{kqq}{R^2} - \frac{kqq}{(2R)^2} = \frac{mv^2}{R}$$

$$\frac{3kq^2}{4r^2} = \frac{mv^2}{R}$$

$$v^2 = \frac{3}{4}\frac{kq^2}{mr}$$

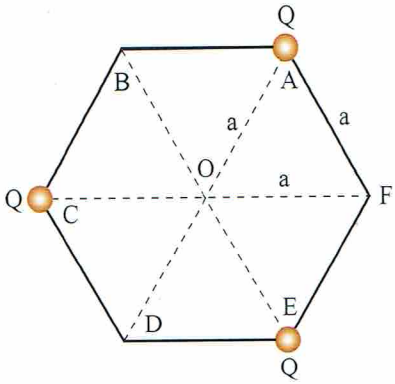
האנרגיה הקינטית של שני החלקיקים:

$$E_{k(T)} = 2 \cdot E_k = 2 \cdot \frac{mv^2}{2} = 2 \cdot \frac{m \cdot \frac{3}{4}\frac{kq^2}{mr}}{2} = \frac{3kq^2}{4r}$$

ג. האנרגיה הכוללת שווה לסכום האנרגיה הקינטית של החלקיקים המסתובבים והאנרגיה הפוטנציאלית החשמלית של המערכת:

$$E_T = E_{k(T)} + U_P = \frac{3kq^2}{4r} - \frac{3kq^2}{2r} = -\frac{3kq^2}{4r}$$

דוגמה מספר (4)



בשלושה קודקודים A, C ו-E של משושה משוכלל, שאורך צלעו a, נמצא מטען נקודתי חיובי Q (ראו תרשים). בטאו את תשובותיכם לשאלות באמצעות נתוני השאלה.

א. מהו הפוטנציאל במרכז הסימטריה O של המשושה?

ב. מעבירים מטען נוסף Q ממקום רחוק מאוד אל הנקודה O.

מהי העבודה שנעשתה נגד כוחות השדה החשמלי?

ג. מעבירים את המטען הנוסף Q מהמרכז O לקודקוד F.

[1] מהו הפוטנציאל בנקודה O? נמקו.

[2] האם דרושה עבודה כדי להביא מטען q מאינסוף אל מרכז המשושה? נמקו.

ד. בכל אחד משני הקודקודים B ו-D מניחים מטען שלילי 2Q-. האם הפעם דרושה עבודה כדי להביא מטען q מאינסוף אל מרכז המשושה? נמקו.

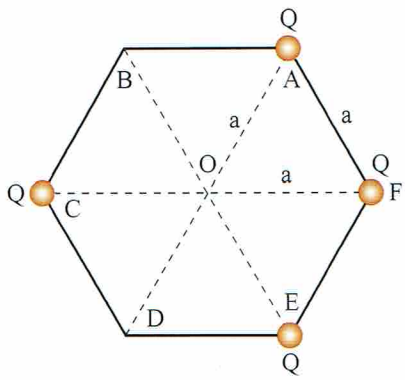
פתרון דוגמה מספר (4)

א. הפוטנציאל ב-O הוא סכום אלגברי של הפוטנציאלים משלושת המטענים: $V_o = \frac{k \cdot 3Q}{a}$

ב. עבודת הכוח החיצוני שווה לשינוי באנרגיה הפוטנציאלית, ולכן:

$$W = U_E(o) - U_{(\infty)} = \frac{k \cdot 3Q \cdot Q}{a} - 0 = \frac{3kQ^2}{a}$$

ג. [1] הפוטנציאל החדש ב-O:

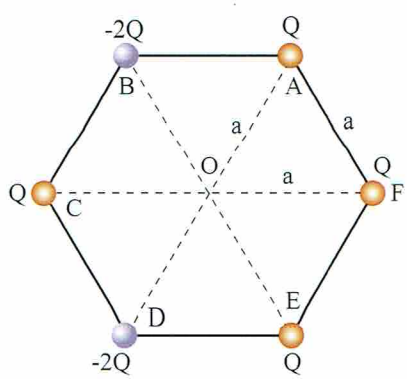


$$V' = \frac{k \cdot 4Q}{a}$$

[2] כן, דרושה עבודה להביא מטען q אל מרכז המשושה, כי הפוטנציאל באינסוף הוא אפס, ובמרכז O הפוטנציאל שונה מאפס:

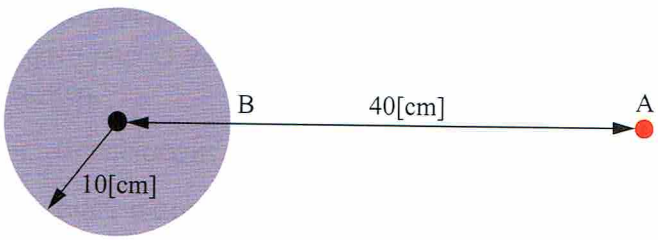
$$W = U_E(o) - U_{(\infty)} = \frac{k \cdot 4Q \cdot q}{a} - 0 = \frac{4kqQ}{a}$$

ד. הפוטנציאל החדש ב-O שווה לאפס, ולכן העבודה בהבאת מטען מאינסוף שווה לאפס.



$$W = U_E(o) - U_{(\infty)} = \frac{k \cdot (4Q - 2Q - 2Q)q}{a} - 0 = 0$$

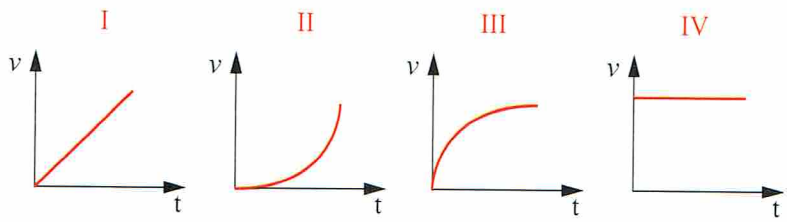
דוגמה מספר (5)



אלקטרון משוחרר ממנוחה מנקודה A, הנמצאת במרחק של 40[cm] ממרכזה של קליפה כדורית שרדיוסה R=10[cm] (ראו תרשים). הקליפה הכדורית טעונה באופן אחיד במטען של $Q=10^{-8}[C]$.

א. באיזו מהירות יפגע האלקטרון בפני הקליפה?

ב. לפניכם ארבעה גרפים I – IV המתארים באופן סכמתי מהירות כפונקציה של זמן.



קבעו איזה מהגרפים I – IV מתאר את מהירותו של האלקטרון הנע כלפי הקליפה הכדורית. **הסבירו.**

פתרון דוגמה מספר (5)

א. הכוח היחיד הפועל במערכת הוא הכוח החשמלי בין שני המטענים, שהוא כוח משמר, ולכן האנרגיה הכוללת נשמרת. מכאן:

$$\frac{k\cdot Q\cdot q_e}{R_A}=\frac{k\cdot Q\cdot q_e}{R_B}+\frac{m_e\cdot v_B^{\,2}}{2}$$

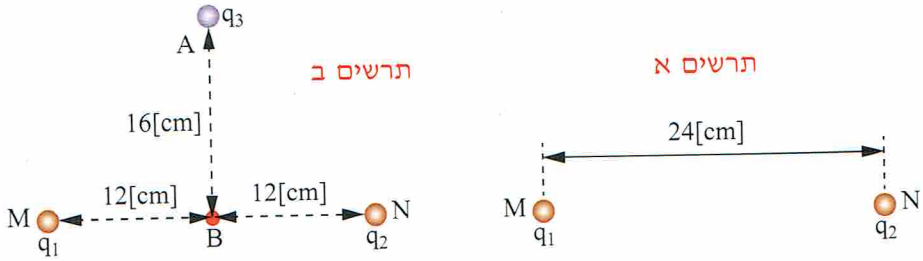
$$\frac{9\cdot10^{9}\cdot1\cdot10^{-8}\cdot\left(-1.6\cdot10^{-19}\right)}{0.4}=\frac{9\cdot10^{9}\cdot1\cdot10^{-8}\cdot\left(-1.6\cdot10^{-19}\right)}{0.1}+\frac{9.1\cdot10^{-31}\cdot v_B^{\,2}}{2}$$

$$v_B=15.4\cdot10^{6}\left[\frac{m}{s}\right]$$

ב. כאשר האלקטרון נע כלפי הקליפה הכדורית, כוח המשיכה החשמלי גדל, ולכן גדלה גם תאוצת האלקטרון. בגרף II שיפוע הגרף של המהירות כפונקציה של הזמן (התאוצה) הולך וגדל.

דוגמה מספר (6)

בתרשים א מוצגים שני גופים נקודתיים טעונים, המוחזקים במנוחה בנקודות M ו-N. מטענו הגופים הם $q_1 = q_2 = +4\cdot10^{-6}[C]$ והמרחק בין הנקודות הוא $12[\text{cm}]$. הפוטנציאל באינסוף נבחר כאפס.



א. האם לאורך הקטע MN יש נקודה שבה הפוטנציאל החשמלי מתאפס? נמקו.

ב. נקודה B היא אמצע הקטע MN. נקודה A נמצאת על האנך האמצעי לקטע MN, במרחק $16[\text{cm}]$ מ-B (ראו תרשים ב). מציבים בנקודה A גוף נקודתי שמטענו $q_3 = -2\cdot10^{-6}[C]$ ומסתו $m = 1\cdot10^{-10}[kg]$ ומחזיקים אותו במנוחה. חשבו את האנרגיה הפוטנציאלית החשמלית של הגוף שמטענו q_3 בהיותו בנקודה A.

ג. משחררים ממנוחה את הגוף שמטענו q_3 הנמצא בנקודה A. הזניחו את כוח הכובד הפועל עליו.

[1] חשבו את הגודל של מהירות הגוף בהגיעו לנקודה B.

[2] תלמיד טוען שהמהירות הגדולה ביותר של הגוף לאורך מסלול תנועתו היא בהגיעו לנקודה B. האם טענתו נכונה? נמקו.

פתרון דוגמה מספר (6)

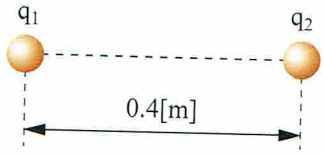
א. לא. מכיוון שהפוטנציאל הוא גודל סקלרי, הפוטנציאל מכל אחד מהמטענים בכל נקודה על הקו MN הוא חיובי והסכום לא יכול להתאפס.

ב.
$$r_1 = r_2 = \sqrt{0.12^2 + 0.16^2} = 0.2[m] \Rightarrow r_1 = r_2 = r = 0.2[m]$$
$$q_1 = q_2 = q = 4\cdot10^{-6}[C]$$
$$U_E = \frac{k\cdot q_1\cdot q_3}{r_1} + \frac{k\cdot q_2\cdot q_3}{r_2} = \frac{2\cdot k\cdot q\cdot q_3}{r} = \frac{2\cdot9\cdot10^9\cdot4\cdot10^{-6}\cdot(-2)\cdot10^{-6}}{0.2} = -0.72[J]$$

ג. [1]
$$q_3\cdot V_A = q_3\cdot V_B + \frac{m\cdot v^2}{2} \Rightarrow q_3\cdot V_A = q_3\cdot 2\cdot\frac{k\cdot q_1}{r_{BM}} + \frac{m\cdot v^2}{2}$$
$$-0.72 = \frac{2\cdot9\cdot10^9\cdot4\cdot10^{-6}\cdot(-2)\cdot10^{-6}}{0.12} + \frac{1\cdot10^{-10}\cdot v^2}{2} \Rightarrow v = 9.797\cdot10^4\left[\frac{m}{s}\right]$$

[2] הטענה נכונה. הכוח השקול לאורך הקו AB הוא בכיוון מ-A ל-B ולכן המהירות גדלה לאורך הקו עד לנקודה B.

דוגמה מספר (7)



שני מטענים נקודתיים $q_1 = 12 \cdot 10^{-6}[C]$ ו- $q_2 = 8 \cdot 10^{-6}[C]$ מוחזקים במנוחה במרחק $0.4[\text{m}]$ האחד מהשני. מסת כל אחד מהמטענים $m=5[\text{gr}]$.

ברגע מסוים משחררים את שני המטענים.

א. מה השינוי באנרגיה הפוטנציאלית החשמלית של המטענים כאשר המרחק ביניהם $1[\text{m}]$?

ב. מהי מהירות כל אחד מהמטענים כאשר המרחק ביניהם $1[\text{m}]$?

פתרון דוגמה מספר (7)

א. השינוי באנרגיה הפוטנציאלית (סופית פחות התחלתית):

$$\Delta U_E = \Delta U_{E2} - \Delta U_{E1} = \frac{kq_1q_2}{r_2} - \frac{kq_1q_2}{r_1}$$

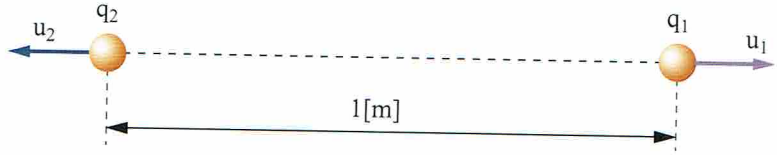
$$\Delta U_E = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 12 \cdot 10^{-6} \cdot 8 \cdot 10^{-6}}{1} - \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 12 \cdot 10^{-6} \cdot 8 \cdot 10^{-6}}{0.4} = -1.296\left[\frac{m}{\text{s}}\right]$$

ב. אם מתייחסים אל שני המטענים כאל מערכת אחת, הכוח החשמלי ביניהם הוא כוח **פנימי**, מכאן שאין כוחות חיצונים הפועלים על המערכת ומתקיים שימור תנע במערכת. מכאן:

$$m_1v_1 + m_2v_2 = m_1u_1 + m_2u_2$$

$$0 = 0.005u_1 + 0.005u_2$$

$$u_1 = -u_2$$



הכוח היחיד הפועל במערכת הוא הכוח החשמלי בין שני המטענים שהוא כוח משמר, לכן האנרגיה הכוללת נשמרת. מכאן:

$$\frac{kq_1q_2}{r_1} = \frac{mu_1^2}{2} + \frac{mu_2^2}{2} + \frac{kq_1q_2}{r_2}$$

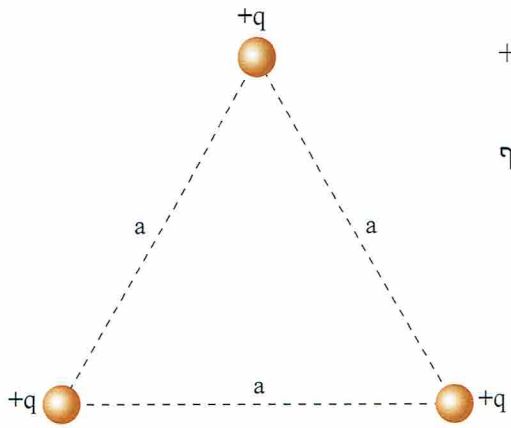
$$\frac{kq_1q_2}{r_1} - \frac{kq_1q_2}{r_2} = \frac{mu_1^2}{2} + \frac{mu_2^2}{2}$$

$$-\Delta U_E = 2 \cdot \frac{mu_1^2}{2}$$

$$-(-1.296) = 2 \cdot \frac{0.005 \cdot u_1^2}{2}$$

$$u_1 \cong 16.1\left[\frac{m}{\text{s}}\right] \Rightarrow u_2 \cong -16.1\left[\frac{m}{\text{s}}\right]$$

דוגמה מספר (8)



שלושה מטענים נקודתיים שמסת כל אחד מהם m ומטען כל אחד מהם q+ מוחזקים בקודקודי משולש שווה צלעות, שאורך צלעו a.

א. מהי העבודה החיצונית הדרושה בהבאת מערכת המטענים מאינסוף למקומה?

ב. משחררים את המטענים ממנוחה:

[1] מהי מהירות כל חלקיק לאחר שהמרחק ביניהם יהיה 2a?

[2] מה גודלה של המהירות המרבית של כל מטען?

פתרון דוגמה מספר (8)

א. העבודה של הכוח החיצוני שווה לשינוי באנרגיה הפוטנציאלית החשמלית:

$$W = U_{E(a)} - U_{E(\infty)} = \frac{kqq}{a} + \frac{kqq}{a} + \frac{kqq}{a} - 0 = 3\frac{kq^2}{a}$$

ב. [1] על המטענים פועל רק הכוח החשמלי שהוא כוח משמר ולכן יש שימור אנרגיה. מכאן:

$$E_{(a)} = E_{(2a)}$$

$$3 \cdot \frac{kq^2}{a} = 3 \cdot \frac{kq^2}{2a} + 3 \cdot \frac{mu_a^2}{2}$$

$$u_a = \sqrt{\frac{kq^2}{ma}}$$

[2] המהירות המרבית מתקבלת כאשר המטענים במרחק רב זה מזה (ב"אינסוף"):

$$E_{(a)} = E_{(a\to\infty)}$$

$$3 \cdot \frac{kq^2}{a} = 3 \cdot \frac{mu^2}{2}$$

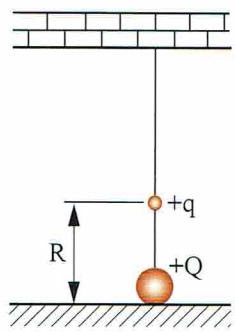
$$u = \sqrt{\frac{2kq^2}{ma}}$$

דוגמה מספר (9)

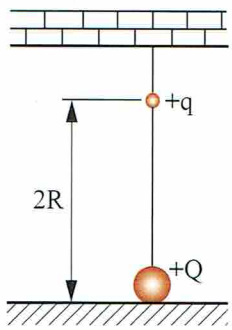
חרוז קטן שמסתו m ומטענו q+ מושחל על חוט העשוי מחומר מבודד שאורכו r. החוט קשור מצדו האחד לקרקע ומצדו השני לתקרה. ניתן להזניח את החיכוך בין החוט והחרוז.

אל קצהו התחתון של החוט מחובר באופן קבוע כדור קטן שמטענו Q+. במצב המתואר בתרשים א החרוז נמצא במנוחה במרחק 2R מהכדור. נתונים: k, R, g, m, Q, q.

תרשים א



תרשים ב



א. בטאו את מטען החרוז q.

ב. כוח חיצוני מקרב את החרוז אל הכדור עד למרחק R (תרשים ב). ממצב זה משוחרר החרוז ממנוחה.

לאיזה גובה מרבי ביחס לכדור יגיע החרוז לאחר שחרורו?

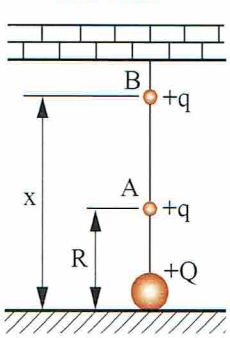
פתרון דוגמה מספר (9)

א. לפי החוק הראשון של ניוטון:

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow \frac{k \cdot q \cdot Q}{(2R)^2} - mg = 0 \Rightarrow q = \frac{4mg \cdot R^2}{kQ}$$

ב. שני הכוחות היחידים הפועלים במערכת (כוח הכובד והכוח החשמלי) הם כוחות משמרים, לכן האנרגיה הכוללת נשמרת. נבחר מישור ייחוס לחישוב האנרגיה הפוטנציאלית הכובדית בתחתית. נסמן ב-B את נקודת הגובה המרבי, שאליו יגיע החרוז לאחר שחרורו מנקודה A (תרשים ג).

תרשים ג



$$E_A = E_B$$

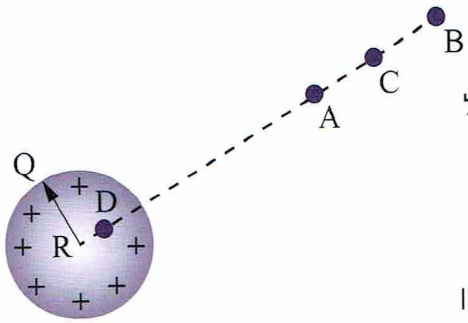
$$\frac{k \cdot Q \cdot q}{R} + mgR = \frac{k \cdot Q \cdot q}{x} + mgx$$

$$\frac{k \cdot Q \cdot \frac{4mg \cdot R^2}{kQ}}{R} + mgR = \frac{k \cdot Q \cdot \frac{4mg \cdot R^2}{kQ}}{x} + mgx$$

$$4mgR + mgR = \frac{4mg \cdot R^2}{x} + mgx \Rightarrow 5R \cdot x = 4R^2 + x^2$$

$$x = 4R$$

תרגילים



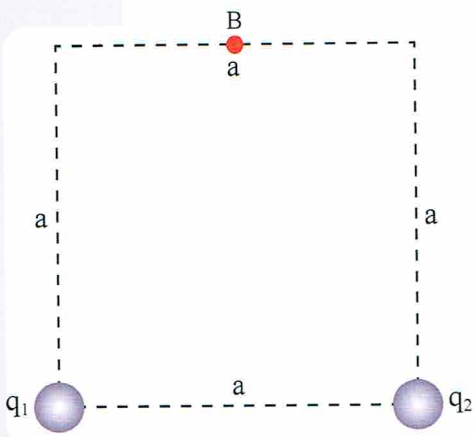
1. נתון כדור מוליך שרדיוסו $R=0.2[m]$ הטעון במטען $Q=6\cdot10^{-6}[C]$.
המטען מפולג על פני שטח הפנים החיצוני של הכדור המוליך. הפוטנציאל החשמלי בנקודה A הנמצאת מחוץ לכדור היא $V_A=18[V]$ והפוטנציאל החשמלי בנקודה B הוא $V_B=9[V]$.

א. מהו הפוטנציאל החשמלי על שפת הכדור?

ב. מהו הפוטנציאל החשמלי בנקודה D הנמצאת באמצע המרחק בין מרכז הכדור ושפת הכדור?

ג. מהו מרחקן של כל אחת מהנקודות A, B, C ממרכז הכדור?

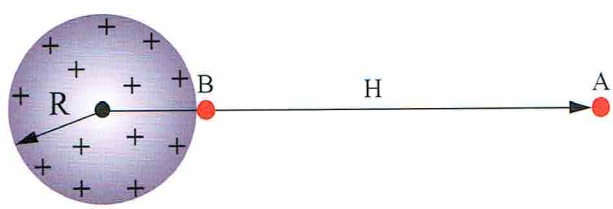
ד. מהו הפוטנציאל החשמלי בנקודה C הנמצאת באמצע המרחק בין שתי הנקודות A ו-B?



2. שני מטענים זהים נמצאים על הקודקודים של ריבוע שאורך צלעו a. ערכי המטענים הם: $q_1=q_2=q$.

א. מהו הפוטנציאל החשמלי במרכז הריבוע?

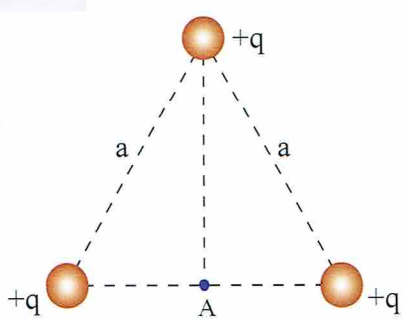
ב. מהו גודל המטען Q שיש להציב בנקודה B הנמצאת באמצע הצלע העליונה כדי שהפוטנציאל החשמלי במרכז הריבוע יהיה שווה אפס?



3. מטען חיובי Q מפוזר בצורה אחידה בתוך כדור שרדיוסו R בצפיפות נפחית קבועה. הפוטנציאל החשמלי בנקודה A, הנמצאת במרחק של H ממרכז הכדור, היא V.

א. מהו הפוטנציאל החשמלי על שפת הכדור?

ב. משחררים ממנוחה מנקודה A חלקיק שלילי שמטענו $-q$ ומסתו m. מהי מהירות החלקיק בהגיעו לנקודה B?

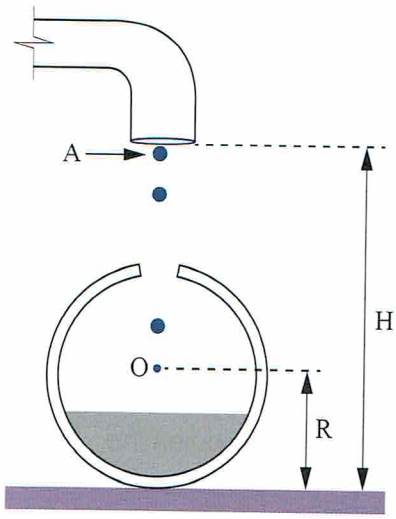


4. שלושה מטענים נקודתיים $+q$ מוחזקים בקודקודי משולש **שווה צלעות**, שאורך צלעו a.

א. מהו הפוטנציאל החשמלי בנקודה A הנמצאת במחצית המרחק בין המטענים שבבסיס המשולש?

ב. מהי העבודה החיצונית הדרושה בהעברת המטען מקודקוד המשולש (העליון) לנקודה A?

5. בתרשים מתוארת קליפה כדורית מוליכה ומבודדת שבה פתח קטן. טיפות בעלות מטען חשמלי חיובי ניתקות מצינורית, נופלות לתוך הקליפה, וכל מטענן עובר לקליפה. רדיוס הקליפה הוא R, ופתח הצינורית נמצא בגובה H מעל תחתית הקליפה.

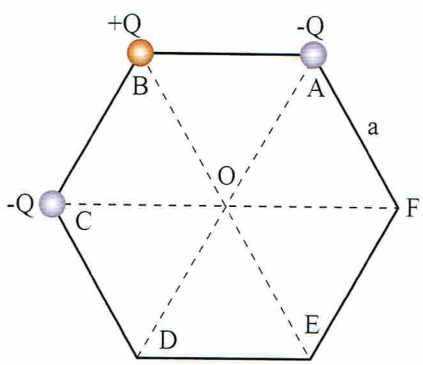


א. לגבי הרגע שבו מטען הקליפה הוא Q, בטאו עבור כל אחת מהנקודות A ו–O (בהתאם לתרשים) את הפוטנציאל החשמלי שנוצר על ידי הקליפה הטעונה (בלבד). הפוטנציאל באינסוף נבחר כ–0.

ב. כל טיפה היא בעלת מסה m ומטען q, ועל הטיפות פועלים רק כוח הכובד והכוח האלקטרוסטטי. בטאו באמצעות נתוני השאלה את העבודה שנעשתה נגד הכוחות החשמליים בטעינת הקליפה הכדורית למטען Q, שעבורו טיפה בנקודה A תימצא בשיווי משקל.

ג. מהו מקור האנרגיה לעבודה שבסעיף ב?

6. בכל אחד משלושת הקודקודים C, B, A של משושה משוכלל, שאורך צלעו a, נמצאים מטענים השווים בגודלם והפוכים בסימנם (ראו תרשים). בטאו את תשובותיכם לשאלות באמצעות נתוני השאלה.

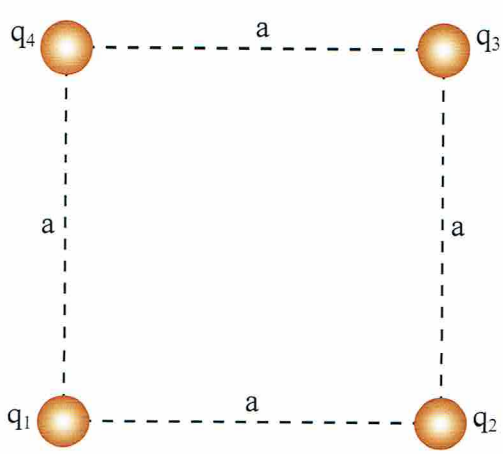


א. מהו הפוטנציאל החשמלי במרכז הסימטריה O של המשושה?

ב. מהו הפוטנציאל החשמלי בקודקוד E של המשושה?

ג. מהי העבודה החיצונית שיש להשקיע על מנת להביא מהאינסוף מטען נקודתי $q+$ אל מרכז הסימטריה O של המשושה?

7. ארבעה מטענים זהים נמצאים על הקודקודים של ריבוע שאורך צלעו a. ערכי המטענים הם: $q=q_4=q_3=q_2=q_1$.

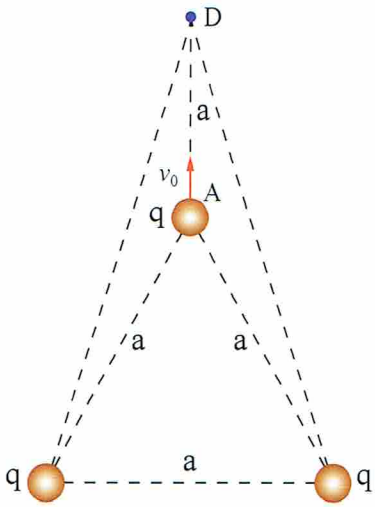


א. מהי האנרגיה האלקטרוסטטית האצורה במערכת?

ב. מהי העבודה החיצונית שיש להשקיע על מנת להביא מהאינסוף מטען נקודתי $q+$ אל מרכז הריבוע?

8. שלושה מטענים נקודתיים שמסת כל אחד מהם $m = 4\cdot10^{-8}\,[kg]$, מוחזקים בקודקודי משולש שווה צלעות, שאורך צלעו a=0.6[m].

מקנים למטען הנמצא בקודקוד A מהירות $v_0 = 2\cdot10^{3}\left[\frac{m}{s}\right]$ לכיוון נקודה D, הנמצאת במרחק 0.6[m] מנקודה A.



א. מהי האנרגיה האלקטרוסטטית האצורה במערכת כשהמטען נמצא בנקודה A?

ב. מהי האנרגיה האלקטרוסטטית האצורה במערכת כשהמטען נמצא בנקודה D?

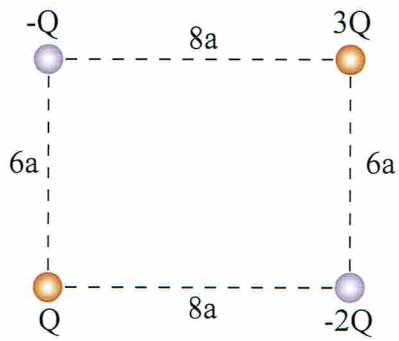
ג. באיזו מהירות יחלוף המטען על פני נקודה D?

9. בארבעת קודקודיו של מלבן מצויים מטענים חשמליים.

א. מהו הפוטנציאל החשמלי במרכז המלבן?

ב. מהי העבודה החיצונית שיש להשקיע על מנת להביא מהאינסוף מטען נקודתי 2Q- אל מרכז המלבן?

ג. מהי עבודת השדה החשמלי בהבאת מטען נקודתי 2Q- מהאינסוף אל מרכז המלבן?



10. ארבעה מטענים נקודתיים מסודרים כמתואר בתרשים א.

א. מהו השדה החשמלי (גודל וכיוון) בראשית הצירים?

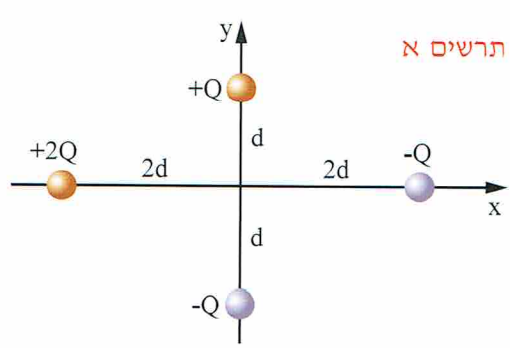
ב. מהו הפוטנציאל בראשית הצירים?

ג. מהי העבודה החיצונית בהעברת מטען נקודתי q+ מהאינסוף ועד לראשית הצירים?

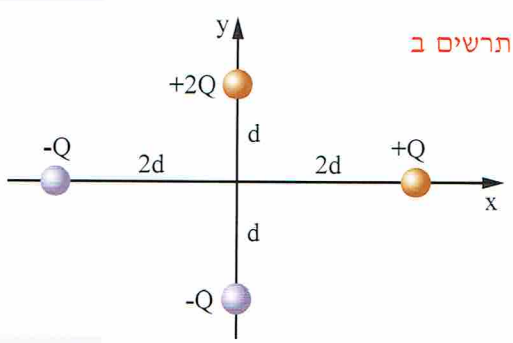
ד. מהי האנרגיה החשמלית של מערכת המטענים?

ה. מהי העבודה החיצונית הדרושה כדי לעבור מהמצב המתואר בתרשים א למצב המתואר בתרשים ב?

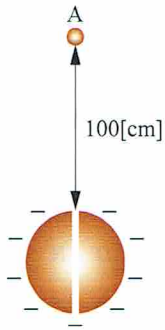
תרשים א



תרשים ב



11. כדור מוליך שרדיוסו $R=10[cm]$, שבו קדוחה תעלה צרה מאוד העוברת דרך מרכזו, טעון במטען שלילי. נתון כי הפוטנציאל החשמלי בנקודה A, הנמצאת במרחק 100 ס"מ משפת הכדור, הוא $20[V]$.
פרוטון משוחרר ממנוחה מהנקודה A מול התעלה.



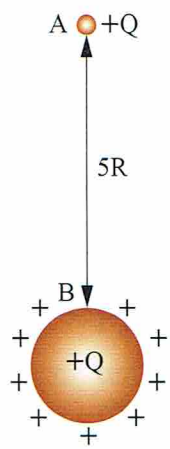
א. מהי האנרגיה החשמלית של מערכת הפרוטון והכדור בנקודה A?

ב. מהי האנרגיה החשמלית של מערכת הפרוטון והכדור כשהפרוטון מגיע לשפת הכדור?

ג. מצאו את מהירותו של הפרוטון כהרף עין לפני הגעתו לכדור הטעון.

ד. מצאו את מהירותו של הפרוטון כשהוא חולף על פני מרכז הכדור.

12. כדור מוליך שרדיוסו R טעון במטען חיובי Q+. מטען נקודתי Q+ שמסתו m נמצא במנוחה בנקודה A הנמצאת במרחק 5R משפת הכדור.



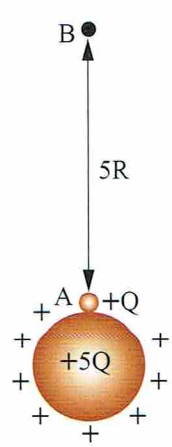
א. מהו הפוטנציאל בנקודה A?

ב. מהי האנרגיה הכללית של מערכת המטען והכדור בנקודה A?

ג. מהי האנרגיה הכללית של מערכת המטען והכדור בנקודה B הנמצאת על שפת הכדור?

ד. מהי המהירות המינימלית שיש לתת למטען כשהוא בנקודה A, על מנת שיגיע לנקודה B?

13. כדור מוליך שרדיוסו R טעון במטען חיובי 5Q+. מטען נקודתי Q+ שמסתו m מוחזק במנוחה בנקודה A הנמצאת על שפת הכדור.



א. מהו הפוטנציאל בנקודה A?

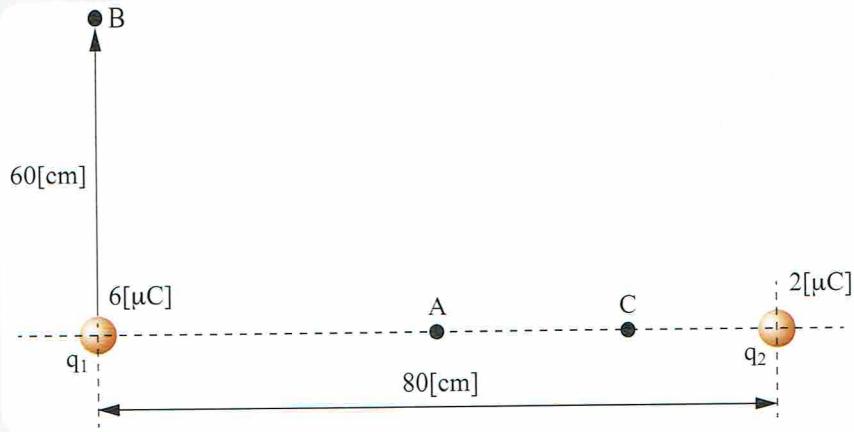
ב. מהי האנרגיה האלקטרוסטטית האצורה במערכת כשהמטען נמצא בנקודה A?

ג. משחררים את המטען ממצב מנוחה בנקודה A.

[1] מהי האנרגיה הקינטית של המטען בנקודה B, הנמצאת במרחק 5R משפת הכדור?

[2] מהי מהירות המטען כשהוא חולף על פני נקודה B?

14. שני מטענים נקודתיים $q_2=2[\mu C]$ ו-$q_1=6[\mu C]$ נמצאים במרחק של $80[cm]$ זה מזה.

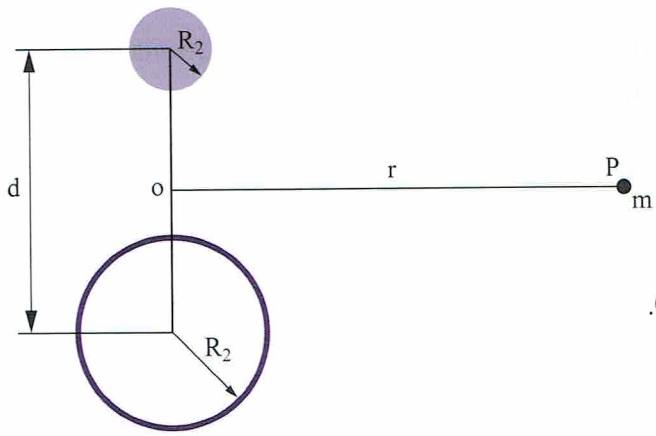


א. מהו הפוטנציאל החשמלי בנקודה A הנמצאת באמצע המרחק בין המטענים?

ב. מהו הפוטנציאל החשמלי בנקודה B הנמצאת במרחק $60[cm]$ בדיוק מעל מטען q_1?

ג. מהו הפוטנציאל החשמלי בנקודה C, שבה עוצמת השדה החשמלי שווה אפס?

15. נתון כדור מוליך מלא שרדיוסו $R_1=10[cm]$, וכדור מוליך חלול שרדיוסו $R_2=20[cm]$.
טוענים את שני הכדורים במטענים שווים: $q_1=q_2=-4\cdot10^{-8}[C]$. מקרבים את הכדורים ומקבעים אותם כך שהמרחק בין מרכזי הכדורים הוא $d=50[cm]$.



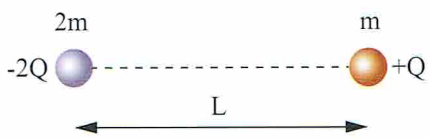
נקודה O נמצאת באמצע הקטע המחבר בין מרכזי הכדורים. נקודה P נמצאת על הציר המרכזי בין שני הכדורים במרחק $r=80[cm]$ מנקודה O. בנקודה P נמצא חלקיק שמסתו $m=6.68\cdot10^{-27}[kg]$ ומטענו $q=3.2\cdot10^{-19}[C]$ (ראו תרשים).
משחררים את החלקיק ממנוחה בנקודה P.

א. חשבו את מהירות החלקיק כשהוא עובר בנקודה O.

ב. מהי תאוצת החלקיק בנקודה O? נמקו.

ג. מהו השדה החשמלי בנקודה O? נמקו.

16. שני מטענים נקודתיים $q_1=Q$ ו-$q_2=-2Q$ מוחזקים במנוחה במרחק L זה מזה. מסת המטען q_1 היא m ומסת המטען q_2 היא 2m. ברגע מסוים משחררים את שני המטענים.



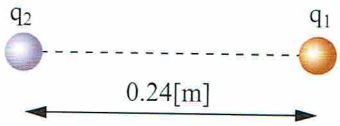
א. מדוע התנע במערכת הגופים נשמר, אף שפועל כוח חשמלי על כל אחד מהמטענים?

ב. מדוע האנרגיה במערכת הגופים נשמרת, אף שפועל כוח חשמלי על כל אחד מהמטענים?

ג. מה השינוי באנרגיה הפוטנציאלית החשמלית של המטענים כאשר המרחק ביניהם $0.25L$?

ד. רשמו משוואות שמהן ניתן לחשב מהי מהירות כל אחד מהמטענים, כאשר המרחק ביניהם $0.25L$.

17. שני מטענים נקודתיים $q_1 = 4\cdot10^{-6}[C]$ ו- $q_2 = -12\cdot10^{-6}[C]$ מוחזקים במנוחה במרחק $0.24[m]$ זה מזה.



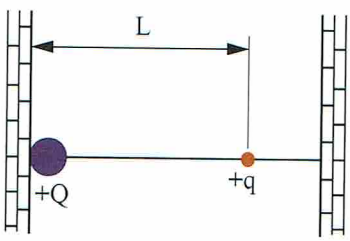
א. על הישר המחבר את שני המטענים יש שתי נקודות שבהן הפוטנציאל שווה לאפס. מצאו באיזה מרחק מ-q_1 נמצאת כל אחת מהנקודות.

ב. אילו המטענים היו שווים בסימנם, האם היו נקודות כלשהן במרחב שבהן הפוטנציאל שווה לאפס?

ג. מהו התנאי לכך שהפוטנציאל החשמלי יהיה שווה לאפס **לפחות** בנקודה אחת (פרט לאינסוף)?

ד. מהו התנאי לכך שהפוטנציאל החשמלי יהיה שווה לאפס **רק** בנקודה אחת על הישר המחבר את שני המטענים (פרט לאינסוף)?

18. חרוז קטן שמסתו m ומטענו q+ מושחל על חוט העשוי מחומר מבודד שאורכו r. החוט קשור משני צדיו לקיר. אל קצהו השמאלי של החוט מחובר באופן קבוע כדור קטן שמטענו Q+. במצב המתואר בתרשים, החרוז נמצא במנוחה במרחק L מהכדור. מעניקים לחרוז מהירות התחלתית v שמאלה לכיוון המטען Q ומשחררים אותו. ניתן להזניח את החיכוך בין החוט לחרוז. נתונים: v, k, L, m, Q, q.

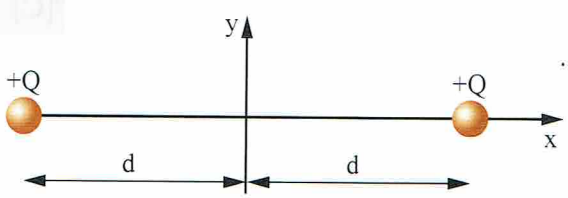


א. בטאו באמצעות נתוני השאלה את האנרגיה הכוללת של החרוז כאשר הוא משוחרר.

ב. בטאו באמצעות נתוני השאלה את המרחק המינימלי מהמטען Q (x_{min}) שאליו יגיע החרוז.

ג. כיצד ישתנו **גודל המהירות** ו**גודל התאוצה** במהלך תנועת החרוז מ-L ל-x_{min}? עבור כל אחד מהם קבעו האם יגדל, יקטן או יישאר קבוע ונמקו.

19. שני מטענים נקודתיים מסודרים על ציר ה-x כמתואר בתרשים.



א. הוכיחו כי הפוטנציאל החשמלי של מערכת המטענים לאורך ציר ה-x בתחום x>d

שווה ל: $V_{(x)} = 2kQ\frac{x}{(x^2-d^2)}$.

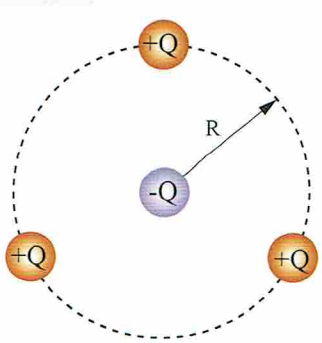
ב. הוכיחו כי הפוטנציאל החשמלי של מערכת המטענים לאורך ציר ה-x בתחום -d<x<d

שווה ל: $V_{(x)} = 2kQ\frac{d}{(d^2-x^2)}$.

ג. הוכיחו כי הפוטנציאל החשמלי של מערכת המטענים לאורך ציר ה-y (y>0)

שווה ל: $V_{(y)} = 2kQ\frac{1}{\sqrt{(y^2+d^2)}}$.

20. שלושה חלקיקים קטנים, שמסת כל אחד מהם M ומטען כל אחד מהם Q+, נמצאים במרחקים שווים זה מזה. כל אחד מהחלקיקים מבצע תנועה מעגלית שרדיוסה R סביב חלקיק רביעי שמטענו Q-, כמתואר בתרשים. נתונים: k, R, M, Q.



א. מהי האנרגיה החשמלית הפוטנציאלית של המערכת?

ב. מהי האנרגיה הקינטית של שלושת החלקיקים המסתובבים?

ג. מהי האנרגיה הכוללת של המערכת?

5 מתח חשמלי והפרש פוטנציאלים

רקע תיאורטי

מתח חשמלי

בפרק הקודם אפיינו את האנרגיה החשמלית בנקודות שונות בשדה החשמלי באמצעות מושג הפוטנציאל החשמלי. **הפרש הפוטנציאלים** בין שתי נקודות נקרא **מתח חשמלי**. בהמשך נלמד על הזרם החשמלי וניווכח בחשיבות השימוש במתח חשמלי.

נגדיר את **הפרש הפוטנציאלים** $V_{AB}=V_B-V_A$ **כמתח החשמלי בין שתי נקודות** A ו-B.

על כן:

- אם ההפרש הוא **חיובי**, אזי הפוטנציאל בנקודה B גבוה יותר, והמשמעות היא שמטען חיובי, אם מאפשרים לו, **ינוע ספונטנית** מנקודה B לנקודה A, כלומר מתקבלת עבודה חיובית מהשדה החשמלי.
- אם ההפרש הוא **שלילי**, אזי הפוטנציאל בנקודה A גבוה יותר, והמשמעות היא שמטען חיובי **לא ינוע ספונטנית** מנקודה A לנקודה B. יש צורך **בעבודה של כוח חיצוני** נגד השדה החשמלי בהעברת מטען חיובי מנקודה B לנקודה A. במקרה זה נעשית עבודה שלילית על ידי השדה החשמלי.

כמובן שמתקיים גם: $V_{AB}=-V_{BA}$.

ראינו שעבודת השדה החשמלי, כשהוא מעתיק מטען q מנקודה A לנקודה B שווה ל:

$$W_E=-q\cdot(V_B-V_A)=-q\cdot V_{AB}$$

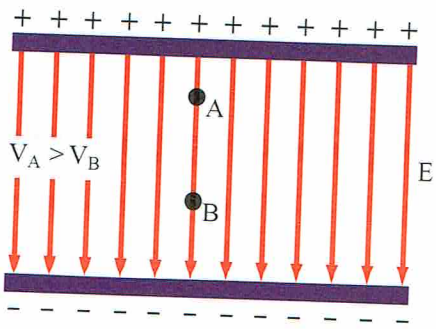
משמעות סימן ה"מינוס" היא ש**כאשר מתקדמים בכיוון השדה, הפוטנציאל הולך וקטן**.

שימו לב: בחלק מהספרים (ובדף הנוסחאות) מקובלת ההגדרה: $V_{AB}=V_A-V_B$ **על כן**: $W_E=q\cdot(V_A-V_B)$.

מתח חשמלי ושדה חשמלי אחיד

נראה כעת מה הקשר בין המתח לבין השדה החשמלי במקרה הפשוט, כאשר השדה החשמלי קבוע (אחיד).

באיור מתואר שדה חשמלי אחיד בין שני לוחות מישוריים גדולים מאוד.



העבודה של השדה החשמלי, כשהוא מעתיק מטען מנקודה A לנקודה B שווה ל:

$$W_E=F_E\cdot x=q\cdot E\cdot x=-q\cdot V_{AB}$$

$$E=-\frac{V_{AB}}{x}$$

כיוון השדה הוא תמיד מהפוטנציאל **הגבוה** לפוטנציאל **הנמוך**.

יחידת המידה של השדה המחושב באמצעות משוואה זו היא $\left[\frac{V}{m}\right]$.

ניזכר שבפרק הקודם ראינו שיחידות המידה של השדה הין $\left[\frac{N}{C}\right]$.

נוכל להיווכח בקלות כי יחידות אלו שקולות:

$$\left[\frac{V}{m}\right]=\left[\frac{J/C}{m}\right]=\left[\frac{N\cdot m}{C\cdot m}\right]=\left[\frac{N}{C}\right]$$

כלל אצבע:

- כאשר השדה החשמלי מבוטא באמצעות **הפוטנציאל**, עדיף להשתמש ביחידות $\left[\frac{V}{m}\right]$.
- כאשר הוא מבוטא באמצעות **הכוח**, עדיף להשתמש ביחידות $\left[\frac{N}{C}\right]$.

כאשר השדה אינו אחיד, קיים קשר מורכב יותר בינו לבין המתח (שאותו לא נתאר בשלב זה).

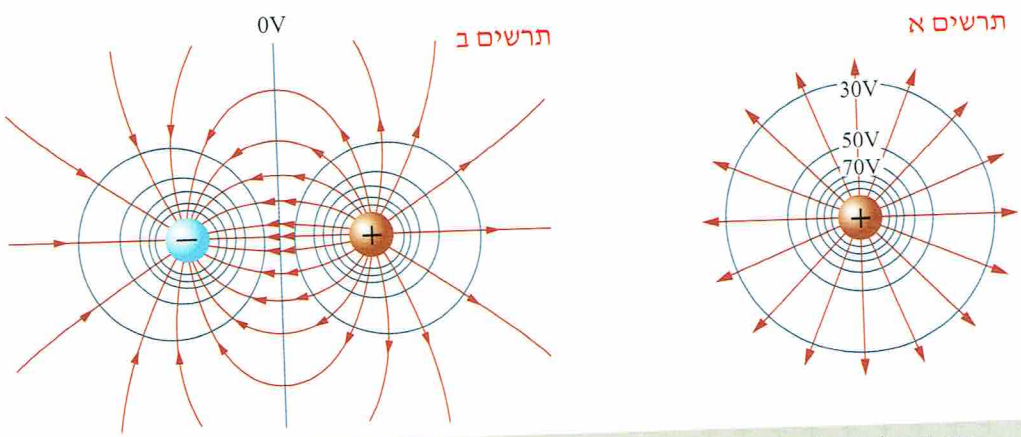
קווי שדה וקווי פוטנציאל

כבר ראינו שנוח לתאר את השדה החשמלי באמצעות קווי שדה. באופן דומה, נוח לתאר את הפוטנציאל באמצעות **משטחים או קווים שווי-פוטנציאל**:

קו (משטח) שווה-פוטנציאל מאופיין בכך שבכל הנקודות עליו יש פוטנציאל חשמלי זהה.

העתקת מטען לאורך קו (או משטח) שווה-פוטנציאל **אינה כרוכה בביצוע עבודה**, מכיוון שהפרש הפוטנציאלים לאורכו הוא 0.

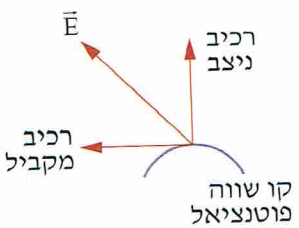
באיורים מוצגות שתי דוגמאות למשטחים שווי-פוטנציאל.



קווי שדה (באדום) ומשטחים מרחביים שווי-פוטנציאל (בכחול) סביב מטען נקודתי חיובי (תרשים א) וסביב שני מטענים שווים ומנוגדי סימן (תרשים ב).

הקשר בין קווי שדה לקווי פוטנציאל

טענה: קו השדה בנקודה מסוימת, הנמצאת על קו שווה-פוטנציאל, ניצב תמיד לקו שווה-הפוטנציאל באותה נקודה.



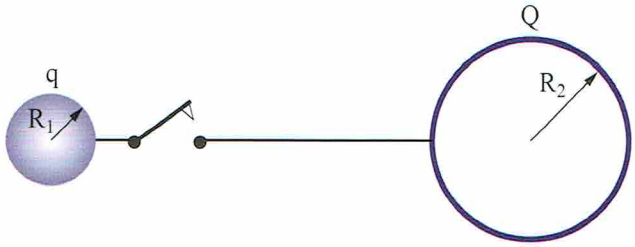
נוכיח זאת בדרך השלילה בעזרת התרשים הבא.

אילו הטענה לא הייתה נכונה, אזי ניתן היה לפרק את השדה החשמלי לשני רכיבים, כך שהיה מתקבל רכיב של כוח חשמלי הפועל בכיוון משיק לקו שווה-הפוטנציאל. המשמעות היא שהייתה קיימת תנועת מטענים לאורך הקו בשל הפרש פוטנציאלים, וזאת בסתירה להנחה שמדובר בקו שווה-פוטנציאל.

חיבור בין כדורים מוליכים טעונים

במקרים שונים, המוכרים גם מחיי היום-יום, מתקיים מעבר של מטענים חשמליים לאדמה, שאליה ניתן להתייחס כאל כדור מוליך טעון בעל רדיוס גדול מאוד.

כדי להבין מה מתרחש במקרה זה, ננתח את הפוטנציאל החשמלי במקרה הכללי, של שני כדורים מוליכים המחוברים זה לזה. רדיוס הכדור הגדול R_2 ומטענו Q, רדיוס הכדור הקטן R_1 ומטענו q, ונניח שמתקיים $R_2 >> R_1$.



כאשר מחברים את הכדורים באמצעות תיל מוליך דק, מאפשרים למעשה **לאלקטרונים** לעבור מהפוטנציאל הנמוך לפוטנציאל **גבוה** יותר **עד להשתוות הפוטנציאלים, כלומר למצב סטטי**.

לפני החיבור: הפוטנציאל של הכדור הקטן: $V_1 = k\frac{q}{R_1}$, הפוטנציאל של הכדור הגדול: $V_2 = k\frac{Q}{R_2}$

אחרי החיבור: הפוטנציאל של הכדור הקטן: $V_1' = k\frac{q'}{R_1}$, הפוטנציאל של הכדור הגדול: $V_2' = k\frac{Q'}{R_2}$

ואנו יודעים שלאחר החיבור הפוטנציאלים של שני הכדורים **משתווים**:

$$V_1' = V_2' \Rightarrow k\frac{q'}{R_1} = k\frac{Q'}{R_2}$$

$$(1) \quad \frac{R_2}{R_1} = \frac{Q'}{q'}$$

מסקנה: בחיבור שני כדורים טעונים, המטען הכולל מתחלק בין שני הכדורים ביחס ישר לרדיוסים שלהם.

מכאן ניתן להסיק שאם רדיוס של כדור אחד גדול מאוד ביחס לרדיוס של הכדור השני, אז רוב מוחלט של המטען יעבור לכדור הגדול. בסעיף הבא נעסוק בפעולת הארקה המבוססת על מסקנה זו.

מחוק שימור המטען מתקיים:

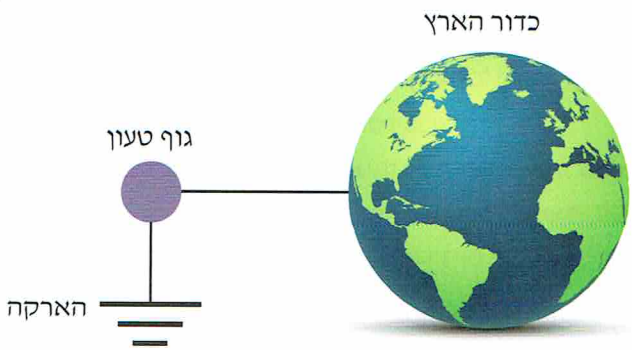
$$(2) \quad Q + q = Q' + q'$$

ומתוך שתי המשוואות (1) ו-(2) ניתן לחשב את גודלו של המטען שעבר בין הכדורים.

הארקה

חיבור גוף מוליך טעון אל כדור הארץ באמצעות מוליך חשמלי נקרא **הארקה**.

מקובל לסמן חיבור כזה כך:



מכיוון שכדור הארץ גדול מאוד ביחס לכל גוף המצוי עליו, ההארקה תגרום למעשה לפריקת מטענו של הגוף הטעון המחובר במוליך לכדור הארץ. נשתמש בקשר (1) שמצאנו:

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{Q'}{q'} \qquad q' = Q'\frac{R_1}{R_2}$$

מכיוון שרדיוס כדור הארץ יכול להיחשב אינסופי ביחס לרדיוס הגוף הטעון, ובהנחה (הסבירה) שמטענו של כדור הארץ אינו אינסופי, נקבל:

$$q' = Q'\frac{R_1}{R_2}$$

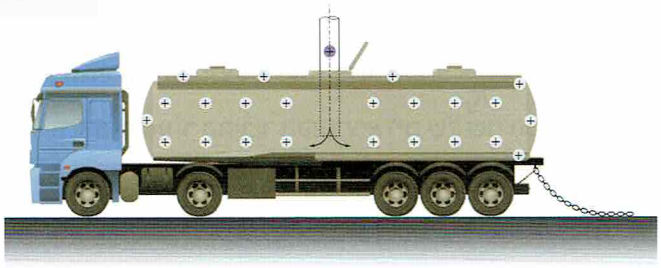
$$R_2 \to \infty$$

$$q' \to 0$$

מסקנה: בחיבור מוליך לאדמה (הארקה), כל המטען שהיה על המוליך ייעלם, וכתוצאה מכך הפוטנציאל של המוליך יהיה שווה לפוטנציאל של האדמה. מטעמי נוחיות, מקובל לקבוע שפוטנציאל כדור הארץ הוא 0. ההארקה גורמת לגוף המוארק להיות בשוויון פוטנציאל עם האדמה ("**פוטנציאל אפס**").

לפעולת ההארקה מספר שימושים, למשל:

1. **מניעת התחשמלות**: כאשר גוף מוליך כלשהו נטען עקב תקלה, ההארקה תפנה את המטענים אל האדמה ותמנע התחשמלות במקרה שאדם ייגע במוליך. למטענים קל יותר לעבור לאדמה דרך חיבור ההארקה מאשר דרך גוף האדם.
2. **מניעת התפוצצות**: כאשר ישנה הצטברות של מטען חשמלי בכלי הרכב בשל החיכוך עם האוויר, המטענים המצטברים עלולים לגרום לניצוץ כתוצאה מהתפרקות המטען אל האדמה, והניצוץ עלול לגרום להתפוצצות במקרה של דליפת דלק. לכן במשאיות המשמשות להובלת דלק נוהגים לחבר שרשרת ברזל או רצועה מחומר מוליך, כאשר קצה אחד שלה מחובר אל גוף כלי הרכב, והקצה השני נגרר על הכביש ופורק את המטען לאדמה.



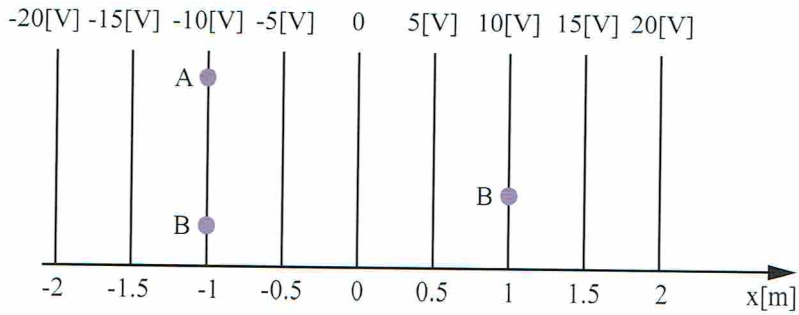
סיכום

1. מתח חשמלי מוגדר כהפרש הפוטנציאלים בין שתי נקודות: $V_{AB}=V_B-V_A$.
2. מתקיים: $V_{AB}=-V_{BA}$.
3. עבודת השדה החשמלי בהעתיקו מטען q מנקודה A לנקודה B שווה ל:
$$W_E = -q\cdot(V_B - V_A) = -q\cdot V_{AB}$$
משמעות סימן המינוס היא שכאשר מתקדמים בכיוון השדה, הפוטנציאל הולך וקטן.
4. בחלק מהספרים (ובדף הנוסחאות) מקובלת ההגדרה: $V_{AB} = V_A - V_B$, ולכן: $W_E = q\cdot(V_A - V_B)$
5. קו שווה-פוטנציאל מאופיין בכך שבכל נקודה עליו הפוטנציאל החשמלי זהה. העתקת מטען לאורך קו שווה-פוטנציאל איננה כרוכה בביצוע עבודה.
6. בכל נקודה על קו (או משטח) שווה-פוטנציאל, **כיוון השדה החשמלי** (שאותו ניתן לייצג על ידי קו שדה) **ניצב** לקו (או למשטח) שווה-הפוטנציאל.
7. בחיבור שני כדורים טעונים, כשהרדיוס של האחד גדול מאוד ביחס לרדיוס של הכדור האחר (R>>r), חלוקת המטען אחרי החיבור מקיימת את הקשר: $\frac{q}{Q}=\frac{r}{R}$, כאשר Q ו-q הם המטענים על הכדור הגדול והקטן, בהתאמה.
8. חיבור גוף טעון אל כדור הארץ באמצעות מוליך נקרא **הארקה**. בעת הארקה של מוליך, כל המטען שהיה עליו נעלם, וכתוצאה מכך הפוטנציאל שלו ישתווה לפוטנציאל של האדמה, כלומר 0.

תרגילים לדוגמה (כולל פתרון)

דוגמה מספר (1)

התרשים שלפניכם מתאר חתך של משטחים שווי פוטנציאל באזור שבו שורר שדה חשמלי.



א. [1] מהו כיוון השדה החשמלי שבתרשים? נמקו.

[2] האם עוצמת השדה קטנה, גדלה או קבועה לאורך ציר x הנתון בתרשים? נמקו.

ב. חשבו את הפרשי הפוטנציאלים:

[1] V_{AB} [2] V_{CA} [3] V_{CB}

ג. חשבו את עוצמת השדה החשמלי באזור המתואר.

ד. ברגע $t = 0$ משחררים חלקיק טעון שהוחזק במנוחה בראשית הציר. החלקיק נע בכיוון החיובי של ציר ה-x. קבעו אם מטען החלקיק הוא חיובי או שלילי. נמקו את קביעתכם.

ה. נתון **שגודל** מטען החלקיק הוא $q = 2\cdot10^{-12}[C]$. חשבו את עבודת השדה על החלקיק במעבר מנקודה A לנקודה B.

פתרון דוגמה מספר (1)

א. [1] קווי השדה מאונכים למשטחים שווי פוטנציאל וכיוונם מראה את מורד הפוטנציאל, לכן כיוון השדה שמאלה.

[2] היחס בין הפרש הפוטנציאלים להעתק הוא קבוע, מכאן שהשדה הוא קבוע.

ב. [1] $V_{AB} = V_B - V_A = 10 - (-10) = 20[V]$

[2] $V_{CA} = V_A - V_C = -10 - (-10) = 0[V]$

[3] $V_{CB} = V_B - V_C = 10 - (-10) = 20[V]$

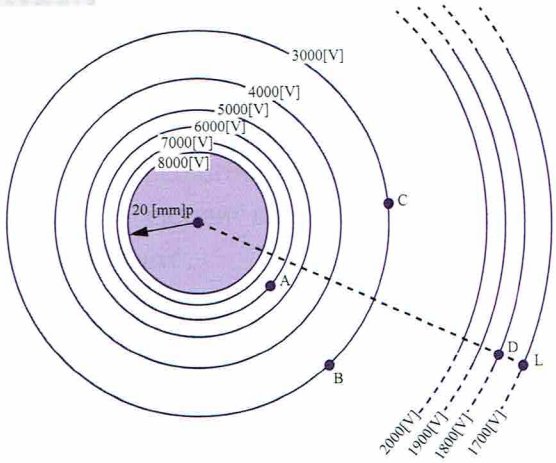
ג. $$E = -\frac{\Delta V}{\Delta x} = -\frac{V_B - V_A}{x_B - x_A} = -\frac{10-(-10)}{1-(-1)} = -10\left[\frac{V}{m}\right]$$

ד. החלקיק הוא **שלילי**. חלקיק שלילי מאיץ **נגד** כיוון השדה החשמלי.

ה. עבודת **הכוח החיצוני** בהעתיקו מטען q מנקודה A לנקודה B שווה ל: $W_{ex} = q\cdot(V_B - V_A) = q\cdot V_{AB}$

לכן, עבודת **השדה החשמלי** בהעתיקו מטען q מנקודה A לנקודה B שווה ל: $W_E = -W_{ex} = -q\cdot V_{AB}$

דוגמה מספר (2)



בתרשים שלפניכם מוצגים כדור מוליך טעון וכמה קווים שווי-פוטנציאל. רדיוס הכדור $20[mm]$ והפוטנציאל על פניו $8000[V]$. ליד כל קו רשום הפוטנציאל המתאים לו. הפוטנציאל באינסוף נבחר כאפס.

א. [1] האם המטען על פני הכדור חיובי או שלילי? נמקו.
[2] חשבו את המטען על פני הכדור.

ב. חשבו את עבודת השדה החשמלי, כאשר חלקיק נקודתי הטעון במטען $q=8\times10^{-9}[C]$ מועבר מנקודה A לנקודה C במסלול זה: תחילה מ-A ל-B ולאחר מכן מ- B ל-C.

פתרון דוגמה מספר (2)

א. [1] המטען על פני הכדור הוא חיובי כי הפוטנציאל חיובי.
[2] המטען על פני הכדור:

$$V = k\frac{q}{r} \Rightarrow q = \frac{V \cdot r}{k} = \frac{8000 \cdot 20 \cdot 10^{-3}}{9 \cdot 10^{9}} = 1.78 \cdot 10^{-8}[C]$$

ב. **פתרון בדרך א:**

הכוח החשמלי הוא משמר, לכן עבודתו אינה תלויה במסלול. עבודת השדה מ-A ל-B ואחר כך ל-C שווה לעבודת השדה מ-A ל-C.

$$W_{A\to C} = -q \cdot (V_C - V_A) = 8 \cdot 10^{-9} \cdot (3000 - 6000) = 2.4 \cdot 10^{-5}[J]$$

פתרון בדרך ב:

עבודת השדה מ-A ל-B:

$$W_{A\to B} = -q \cdot (V_B - V_A) = -8 \cdot 10^{-9} \cdot (3000 - 6000) = 2.4 \cdot 10^{-5}[J]$$

עבודת השדה כאשר המטען מועבר מנקודה B ל-C שווה לאפס, כי הפרש הפוטנציאלים בין שתי הנקודות שווה לאפס. מכאן:

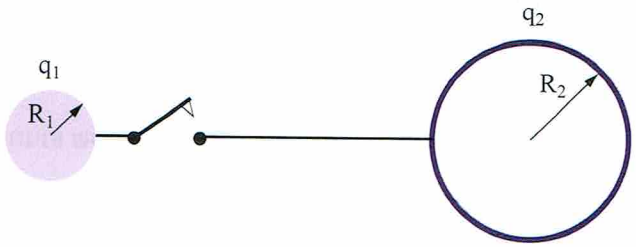
$$W_{A\to C} = W_{A\to B} = 2.4 \cdot 10^{-5}[J]$$

דוגמה מספר (3)

נתון כדור מוליך מלא שרדיוסו $R_1=5[cm]$. טוענים את הכדור עד שעוצמת השדה החשמלי סמוך מאוד לפניו שווה ל- $E=30,000\left[\frac{V}{m}\right]$.

א. חשבו את מטען הכדור q_1.

ב. חשבו את פוטנציאל הכדור.



מציבים כדור מוליך **חלול**, הטעון במטען $q_2=3.33\cdot10^{-8}[C]$, במרחק גדול מאוד מהכדור המוליך המלא.

רדיוס הכדור החלול הוא $R_2=10[cm]$. מחברים את שני הכדורים זה לזה בחוט מוליך ארוך ודק, ומחכים זמן ארוך מאוד.

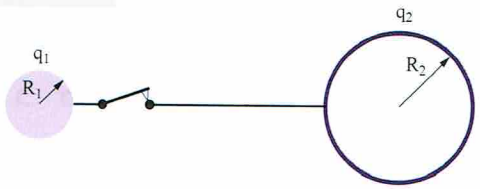
ג. חשבו את המטען על פני כל אחד מהכדורים.

ד. חשבו את פוטנציאל הכדור המלא במצב זה.

פתרון דוגמה מספר (3)

א. $$E_{R_1}=\frac{k\cdot q_1}{R_1^2}\Rightarrow q_1=\frac{E_{R_1}\cdot R_1^2}{k}=\frac{30000\cdot0.05^2}{9\cdot10^9}=8.33\cdot10^{-9}[C]$$

ב. $$V_{R_1}=\frac{k\cdot q_1}{R_1}=\frac{9\cdot10^9\cdot8.33\cdot10^{-9}}{0.05}=1500[V]$$



ג. לפי חוק שימור המטען:

$$q_1'+q_2'=q_1+q_2$$

$$q_1'+q_2'=8.33\cdot10^{-9}+3.33\cdot10^{-8}=4.163\cdot10^{-8}$$

$$q_1'=4.163\cdot10^{-8}-q_2'$$

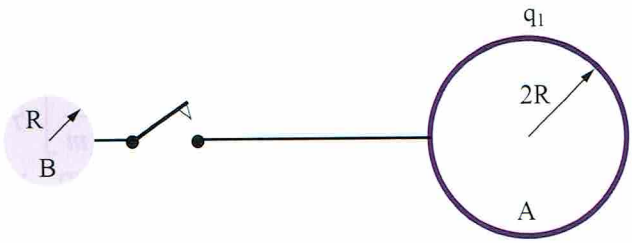
מתקיים מעבר מטענים עד לשוויון פוטנציאלים:

$$\frac{k\cdot q_1'}{R_1}=\frac{k\cdot q_2'}{R_2}\Rightarrow\frac{4.163\cdot10^{-8}-q_2'}{0.05}=\frac{q_2'}{0.1}\Rightarrow q_2'=2.775\cdot10^{-8}[C]$$

$$q_1'=4.163\cdot10^{-8}-q_2'=4.163\cdot10^{-8}-2.775\cdot10^{-8}=1.388\cdot10^{-8}[C]$$

ד. $$V_2'=\frac{k\cdot q_2'}{R_2}=\frac{9\cdot10^9\cdot2.775\cdot10^{-8}}{0.1}=2497.5[V]$$

דוגמה מספר (4)



נתונים שני כדורים מוליכים קטנים A ו-B, הרדיוס של כדור A כפול מהרדיוס של כדור B. המרחק בין הכדורים גדול מאוד ביחס לרדיוסים שלהם. המטען של כדור A הוא $12\cdot10^{-8}$[C]. חיברו את הכדורים זה לזה בעזרת תיל מוליך דק. לאחר החיבור בין הכדורים השתנה המטען של כדור A, וכעת הוא $8\cdot10^{-8}$[C].

הניחו שכל החלקיקים שעוברים בתיל הם אלקטרונים בלבד.

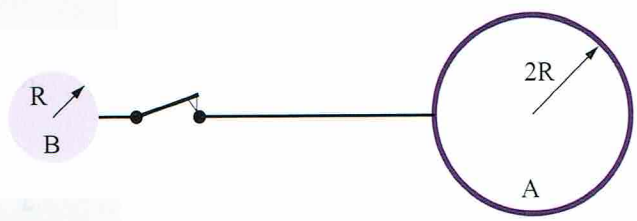
א. חשבו את מספר האלקטרונים שעברו בין הכדורים.

ב. האם האלקטרונים עברו מכדור A לכדור B או מכדור B לכדור A? נמקו.

ג. מהו מטענו של כדור B לאחר החיבור בין הכדורים? הסבירו.

ד. האם לפני החיבור בין הכדורים היה כדור B טעון? אם לא - נמקו, אם כן - חשבו את מטענו.

פתרון דוגמה מספר (4)



א. המטען שעבר בין הכדורים:

$$\Delta q = 12\cdot10^{-8} - 8\cdot10^{-8} = 4\cdot10^{-8}[C]$$

$$\Delta q = n\cdot q_e \Rightarrow n = \frac{\Delta q}{q_e} = \frac{4\cdot10^{-8}}{1.6\cdot10^{-19}} = 2.5\cdot10^{11}$$

ב. האלקטרונים עברו מ-B ל-A, כי המטען החיובי של כדור A ירד כתוצאה מהחיבור ביניהם.

ג. משוויון פוטנציאלים:

$$\frac{k\cdot q_1'}{R_1} = \frac{k\cdot q_2'}{R_2} \Rightarrow \frac{k\cdot q_1'}{2R} = \frac{k\cdot q_2'}{R} \Rightarrow \frac{8\cdot10^{-8}}{2} = q_2' = 4\cdot10^{-8}[C]$$

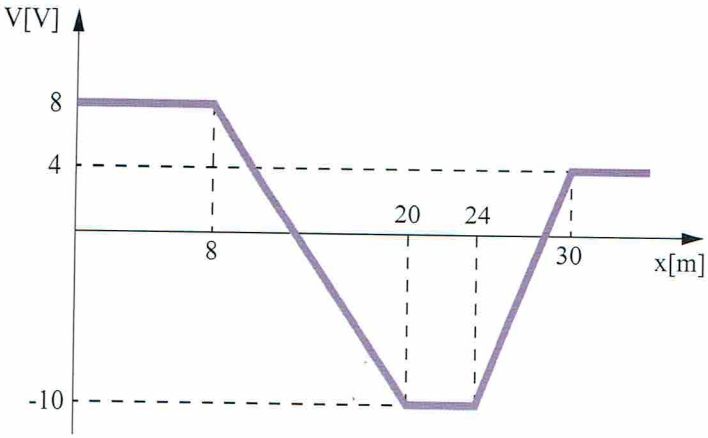
ד. לפני החיבור בין הכדורים, כדור B לא היה טעון. לאחר החיבור בין הכדורים, המטען הכולל עליהם שווה למטען שהיה לכדור A לפני החיבור ביניהם. נחשב לפי חוק שימור המטען:

$$q_1+q_2 = q_1'+q_2'$$

$$12\cdot10^{-8}+q_2 = 8\cdot10^{-8}+4\cdot10^{-8}$$

$$q_2 = 0$$

דוגמה מספר (5)



הגרף מתאר את השתנות הפוטנציאל החשמלי כפונקציה של המרחק x.

א. מהי המשמעות הפיזיקלית של שיפוע הגרף?

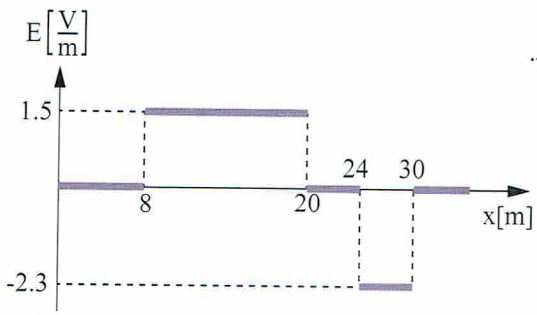
ב. סרטטו גרף של השדה החשמלי כפונקציה של x.

ג. מהי המהירות ההתחלתית המינימלית שיש להעניק לאלקטרון בנקודה x=0 כדי שיגיע עד לנקודה x=20[m]?

ד. האם תשובתכם לסעיף ג תשתנה אם האלקטרון יצטרך להגיע לנקודה x=30[m]? נמקו.

ה. חשבו באילו מרחקים מתאפס הפוטנציאל החשמלי.

פתרון דוגמה מספר (5)



א. המשמעות הפיזיקלית של שיפוע הגרף היא: E–, כאשר $E=-\frac{\Delta V}{\Delta x}$.

ב. בקטעים שבהם הפוטנציאל קבוע מתקיים E=0.
נחשב את השדה בקטעים שבהם הפוטנציאל אינו קבוע:

$$E_{8-20}=-\left[\frac{(-10)-8}{20-8}\right]=1.5\left[\frac{V}{m}\right]$$

$$E_{24-30}=-\left[\frac{4-(-10)}{30-24}\right]=-2.33\left[\frac{V}{m}\right]$$

ג. על האלקטרון לנוע מפוטנציאל גבוה לפוטנציאל נמוך, לכן יש להקנות לו אנרגיה קינטית.

מחוק שימור האנרגיה נקבל:

$$E_{k(0)}+U_{P(0)}=E_{k(10)}+U_{P(10)}\Rightarrow\frac{m_e\cdot v_0^2}{2}+V_0\cdot q_e=\frac{m_e\cdot v_0^2}{2}+V_{20}\cdot q_e$$

$$\frac{9.1\cdot10^{-31}\cdot v^2}{2}+8\cdot(-1.6\cdot10^{-19})=0+(-10)\cdot(-1.6\cdot10^{-19})\Rightarrow v=2.515\left[\frac{m}{s}\right]$$

ד. התשובה לא תשתנה. אם האלקטרון יגיע לנקודה x=20[m], הוא יוכל להגיע משם באופן ספונטני לנקודה x=30[m]. (מטען האלקטרון הוא שלילי, לכן הוא ינוע באופן ספונטני מפוטנציאל נמוך לפוטנציאל גבוה.)

ה. נבדוק עבור איזה x בקטע שבין x=8[m] לבין x=20[m] יתקבל V=0:

$$E_{8-20}=-\frac{\Delta V}{\Delta x}\Rightarrow1.5=-\left[\frac{0-8}{x-8}\right]\Rightarrow x=13.33[m]$$

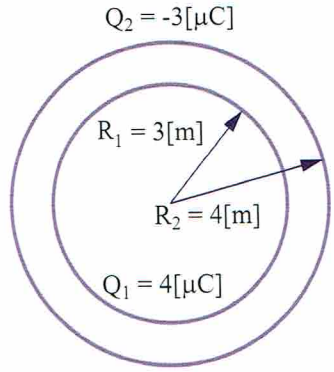
נבדוק עבור איזה x בקטע שבין x=24[m] לבין x=30[m] נקבל V=0:

$$E_{24-30}=-\frac{\Delta V}{\Delta x}\Rightarrow-2.33=-\left[\frac{0-(-10)}{x-24}\right]\Rightarrow x=28.28[m]$$

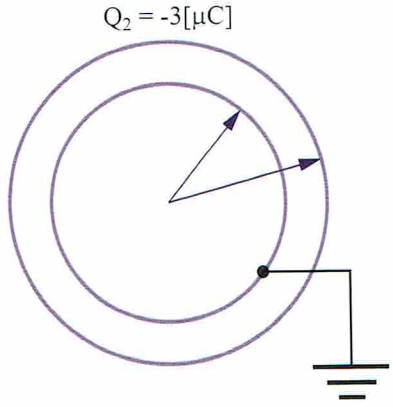
דוגמה מספר (6)

נתונה מערכת קונצנטרית של שתי קליפות מוליכות דקות, כמתואר בתרשים א.

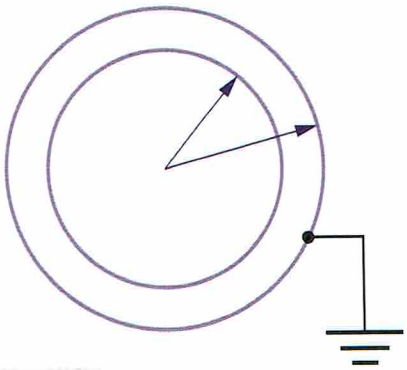
תרשים א



תרשים ב



תרשים ג



א. מהו הפוטנציאל על פני הקליפה הפנימית?

ב. מהו הפוטנציאל על פני הקליפה החיצונית?

ג. מאריקים את הקליפה הפנימית כמתואר בתרשים ב. מהו המטען החדש על פניה?

ד. מהו הפוטנציאל החדש על פני הקליפה החיצונית?

מנתקים את ההארקה מהקליפה הפנימית ומאריקים את הקליפה החיצונית כמתואר בתרשים ג.

ה. מהו המטען החדש על גבי המטען של הקליפה החיצונית?

ו. מהו הפוטנציאל של הקליפה הפנימית לאחר פעולת הארקת הקליפה החיצונית?

פתרון דוגמה מספר (6)

א. תרשים א:

$$V_1 = \frac{kQ_1}{R_1} + \frac{kQ_2}{R_2} = \frac{9\cdot10^9\cdot4\cdot10^{-6}}{3} + \frac{9\cdot10^9\cdot(-3)\cdot10^{-6}}{4} = 5250[V]$$

ב. תרשים א:

$$V_2 = \frac{kQ_1}{R_2} + \frac{kQ_2}{R_2} = \frac{9\cdot10^9\cdot4\cdot10^{-6}}{4} + \frac{9\cdot10^9\cdot(-3)\cdot10^{-6}}{4} = 2250[V]$$

ג. תרשים ב:

$$0 = \frac{kQ_1'}{R_1} + \frac{kQ_2}{R_2} = \frac{9\cdot10^9\cdot Q_1'}{3} + \frac{9\cdot10^9\cdot(-3)\cdot10^{-6}}{4} \Rightarrow Q_1' = 2.25\cdot10^{-6}[C]$$

ד. תרשים ב:

$$V_2' = \frac{kQ_1'}{R_2} + \frac{kQ_2'}{R_2} = \frac{9\cdot10^9\cdot2.25\cdot10^{-6}}{4} + \frac{9\cdot10^9\cdot(-3)\cdot10^{-6}}{4} = -1687.5[V]$$

ה. תרשים ג:

$$0 = \frac{kQ_1'}{R_2} + \frac{kQ_2'}{R_2} = \frac{9\cdot10^9\cdot2.25\cdot10^{-6}}{4} + \frac{9\cdot10^9\cdot Q_2'}{4} \Rightarrow Q_2' = -2.25\cdot10^{-6}[C]$$

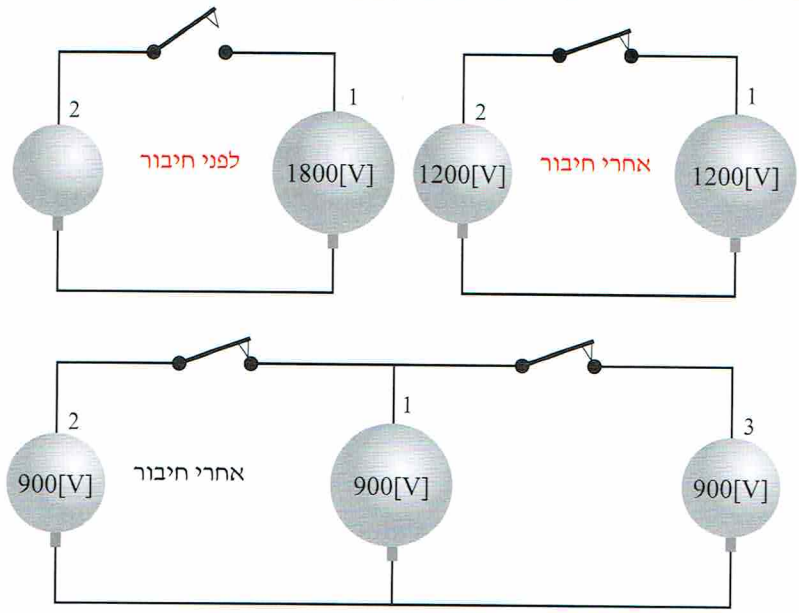
ו. תרשים ג:

$$V_1^* = \frac{kQ_1'}{R_1} + \frac{kQ_2'}{R_2} = \frac{9\cdot10^9\cdot2.25\cdot10^{-6}}{3} + \frac{9\cdot10^9\cdot(-2.25)\cdot10^{-6}}{4} = 1687.5[V]$$

דוגמה מספר (7)

הפוטנציאל על כדור מוליך 1 שרדיוסו $R_1=10[cm]$ הוא $V_1=1800[V]$. מחברים את הכדור בתיל מוליך דק לכדור מוליך 2 שרדיוסו R_2, וכתוצאה מכך יורד הפוטנציאל של הכדור הראשון ל- $1200[V]$. כאשר מחברים כדור מוליך שלישי שרדיוסו R_3 אל שני הכדורים, יורד הפוטנציאל של הכדור הראשון ל- $900[V]$.

חשבו מהו הרדיוס של הכדור השני ושל הכדור השלישי. נתון שכדורים 2 ו-3 לא היו טעונים לפני חיבורם.



פתרון דוגמה מספר (7)

בחיבור הכדור הראשון לכדור השני עברו מטענים (אלקטרונים) מן הכדור השני אל הכדור הראשון, אבל המטען הכללי נשאר קבוע.

מטען כדור 1 לפני חיבורו לכדור 2:

$$V_1=\frac{kQ_1}{R_1}\Rightarrow Q_1=\frac{V_1\cdot R_1}{k}=\frac{1800\cdot 0.1}{9\cdot 10^9}=2\cdot 10^{-8}[C]$$

מטען כדור 1 לאחר חיבורו לכדור 2:

$$V_1'=\frac{kQ_1'}{R_1}\Rightarrow Q_1'=\frac{V_1'\cdot R_1}{k}=\frac{1200\cdot 0.1}{9\cdot 10^9}=1.33\cdot 10^{-8}[C]$$

מטען כדור 2 לאחר חיבורו לכדור 1:

$$Q_2'=Q_1-Q_1'=2\cdot 10^{-8}-1.33\cdot 10^{-8}=0.67\cdot 10^{-8}[C]$$

חישוב הרדיוס של כדור 2:

$$V_2'=\frac{kQ_2'}{R_2}\Rightarrow R_2=\frac{k\cdot Q_2'}{V_2'}=\frac{9\cdot 10^9\cdot 0.67\cdot 10^{-8}}{1200}=0.05[m]$$

מטען כדור 1 לאחר חיבורו לכדור 3:

$$V_1''=\frac{kQ_1''}{R_1}\Rightarrow Q_1''=\frac{V_1''\cdot R_1}{k}=\frac{900\cdot 0.1}{9\cdot 10^9}=1\cdot 10^{-8}[C]$$

מטען כדור 2 לאחר חיבורו לכדור 3:

$$V_2''=\frac{kQ_2''}{R_2}\Rightarrow Q_2''=\frac{V_2''\cdot R_1}{k}=\frac{900\cdot 0.05}{9\cdot 10^9}=5\cdot 10^{-9}[C]$$

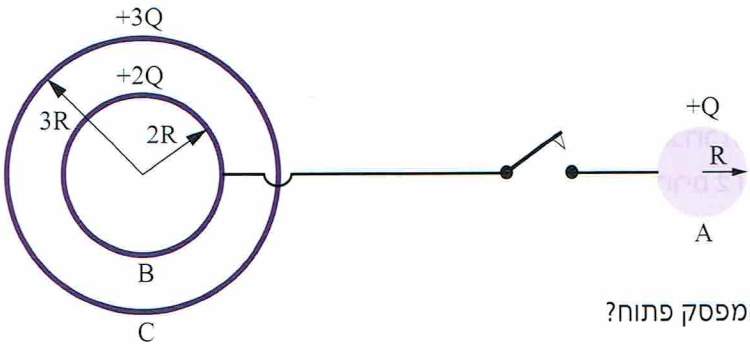
מטען כדור 3 לאחר חיבורו:

$$Q_3''=Q_1-Q_1''-Q_2''=2\cdot 10^{-8}-1\cdot 10^{-8}-5\cdot 10^{-9}=9.95\cdot 10^{-9}[C]$$

חישוב הרדיוס של כדור 3:

$$V_3''=\frac{kQ_3''}{R_3}\Rightarrow R_3=\frac{k\cdot Q_3''}{V_3''}=\frac{9\cdot 10^9\cdot 9.95\cdot 10^{-9}}{900}=0.0995[m]$$

דוגמה מספר (8)



נתונות שלוש קליפות כדוריות מוליכות דקות A, B, C שהרדיוסים שלהן R, 2R, 3R בהתאמה (כמתואר בתרשים), הטעונות במטענים Q+, 2Q+, 3Q+. הקליפות B ו-C הן קונצנטריות (שוות מרכז) והקליפה A נמצאת במרחק גדול מאוד מהן.

א. מהו הפוטנציאל על כל אחת מהקליפות כאשר המפסק פתוח?

ב. מהו המטען על כל אחת מהקליפות זמן רב לאחר סגירת המפסק?

ג. מהו הפוטנציאל על כל אחת מהקליפות זמן רב לאחר סגירת המפסק?

פתרון דוגמה מספר (8)

א. $V_C=\frac{k2Q}{3R}+\frac{k3Q}{3R}=1.67\frac{kQ}{R}$ $V_B=\frac{k2Q}{2R}+\frac{k3Q}{3R}=2\frac{kQ}{R}$ $V_A=\frac{kQ}{R}$

ב. שימור מטען: $q_A+q_B=q_A'+q_B'$

$Q+2Q=q_A'+q_B'$

$q_A'=3Q-q_B'$

שוויון פוטנציאלים: $V_A'=V_B'$

$\frac{k\cdot q_A'}{R}=\frac{k\cdot q_B'}{2R}+\frac{k\cdot 3Q}{3R}$

$q_A'=\frac{q_B'}{2}+Q$

נשווה בין הביטויים:

$\frac{q_B'}{2}+Q=3Q-q_B'\Rightarrow\ q_B'=1.33Q$

$q_A'=3Q-1.33Q=1.67Q$

המטען על קליפה C אינו משתנה ושווה ל-3Q.

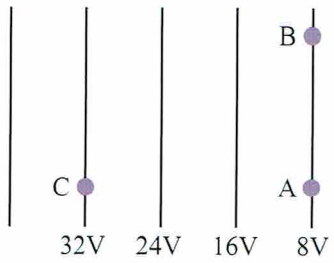
ג. $V_A'=\frac{kq_A'}{R}=1.67\frac{kQ}{R}$

$V_B'=\frac{k\cdot q_B'}{2R}+\frac{k\cdot 3Q}{3R}=\frac{k\cdot 1.33Q}{2R}+\frac{k\cdot 3Q}{3R}=1.67\frac{kQ}{R}$

$V_C=\frac{kq_B'}{3R}+\frac{k3Q}{3R}=\frac{k\cdot 1.33Q}{3R}+\frac{k3Q}{3R}=1.4433\frac{kQ}{R}$

תרגילים

1. בסרטוט מתוארים משטחים שווי פוטנציאלים.



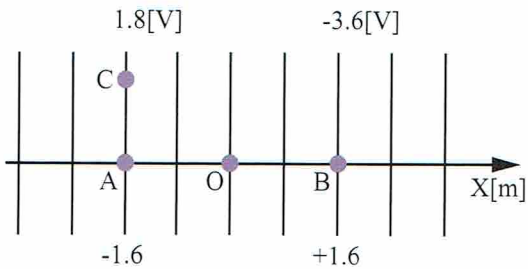
א. סרטטו את קווי השדה החשמלי.

ב. מהי העבודה החיצונית שיש לעשות כדי להביא מטען $q=3[C]$ מנקודה B אל נקודה C?

ג. מהי עבודת הכוח החשמלי בהבאת מטען $q=-3[C]$ מנקודה A אל נקודה C?

ד. חלקיק שמטענו $q=3[C]$ ומסתו $m=0.3[kg]$ נזרק אופקית ימינה במהירות של $v=5\left[\frac{m}{s}\right]$ מנקודה C. מה תהיה מהירותו כאשר יגיע לנקודה A?

2. התרשים שלפניכם מתאר חתך של משטחים שווי פוטנציאל באזור שבו שורר שדה חשמלי אחיד. נתונות שלוש נקודות A, B ו-C. נקודות A ו-B נמצאות על ציר ה-X שראשיתו בנקודה O (ראו תרשים). נתון:



$X_A=-1.6[m]$, $X_B=+1.6[m]$,$X_C=-1.6[m]$

הפוטנציאל החשמלי בנקודה A הוא: $V_A=+1.8[V]$

הפוטנציאל החשמלי בנקודה B הוא: $V_B=-3.6[V]$

א. הפרש הפוטנציאלים בין נקודה M לנקודה N מוגדר כך: V_M-V_N . חשבו את הפרש הפוטנציאלים:

[1] בין נקודה B לנקודה A. [2] בין נקודה C לנקודה A. [3] בין נקודה B לנקודה C.

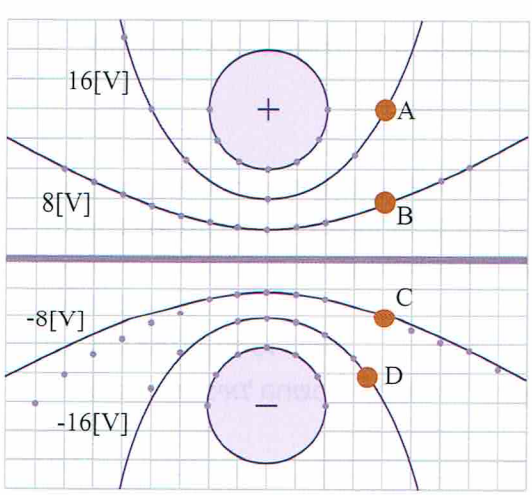
ב. ציינו את כיוון השדה החשמלי, וחשבו את עוצמתו באזור המתואר.

ברגע $t=0$ משחררים חלקיק טעון שהוחזק במנוחה בראשית הציר. החלקיק נע בכיוון החיובי של ציר ה-X.

ג. קבעו אם מטען החלקיק הוא חיובי או שלילי. נמקו את קביעתכם.

ד. נתון שגודל המטען של החלקיק $q=4\cdot10^{-12}[C]$. חשבו את עבודת השדה על החלקיק במעבר מנקודה A לנקודה B.

3. בתרשים שלפניכם מתוארים משטחים שווי פוטנציאל שהתקבלו בניסוי.

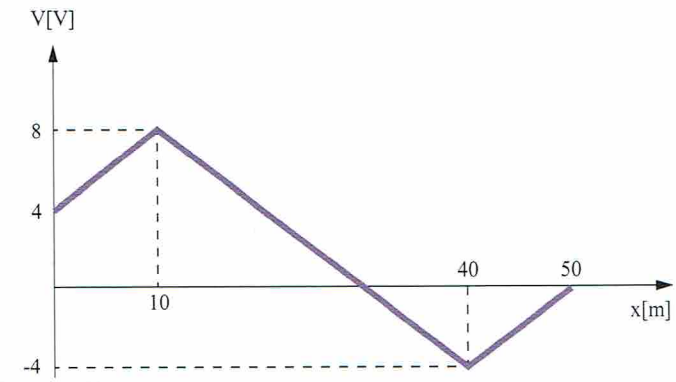


א. חשבו את האנרגיה הפוטנציאלית החשמלית של מטען $q=2\cdot10^{-9}[C]$ שנמצא בנקודה B.

ב. חשבו את העבודה הדרושה להעביר את המטען q מנקודה D עד לנקודה A.

ג. חשבו את האנרגיה הקינטית שירכוש המטען q כאשר יגיע למשטח שווה-פוטנציאל $-16[V]$, אם ישוחרר מנקודה C.

4. הגרף מתאר את שינוי הפוטנציאל החשמלי כפונקציה של המרחק x.



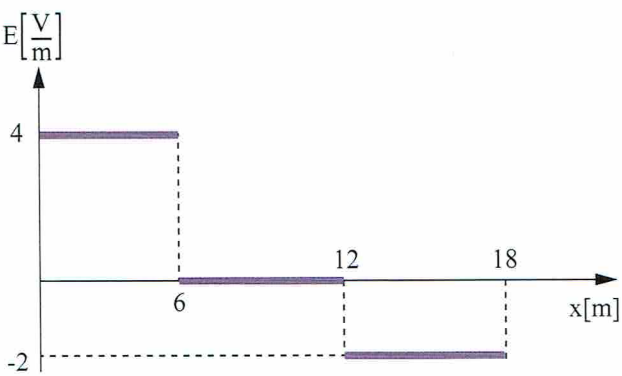
א. סרטטו גרף של השדה החשמלי כפונקציה של x.

ב. מהי המהירות ההתחלתית המינימלית שיש להעניק לפרוטון בנקודה $x=40[m]$, כדי שיגיע עד לנקודה $x=10[m]$?

ג. האם תשובתכם לסעיף ב תשתנה, אם נדרוש שהפרוטון יגיע לנקודה $x=0[m]$? נמקו.

ד. חשבו באיזה מרחק מתאפס הפוטנציאל החשמלי.

5. הגרף מתאר את שינוי השדה החשמלי כפונקציה של המרחק x. נתון שהפוטנציאל בנקודה $x=0$ הוא $V=6[V]$.



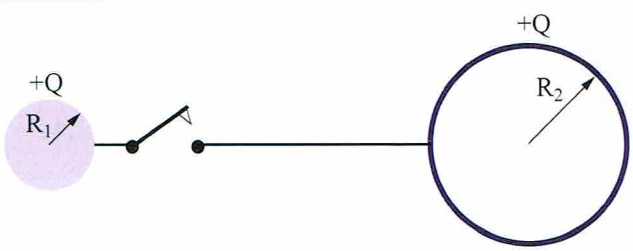
א. סרטטו גרף של הפוטנציאל החשמלי כפונקציה של x.

ב. משחררים מטען חיובי $q=2[C]$ מנקודה $x=18[m]$. האם המטען יוכל להגיע ל-$x=0$? נמקו.

ג. מהו המרחק הקרוב ביותר ל-$x=0$ שאליו יצליח המטען להגיע?

ד. תארו במילים את תנועת המטען בכל אחד משלושת שלבי תנועתו (האם היא שוות מהירות, שוות תאוצה, בתאוצה משתנה וכדומה).

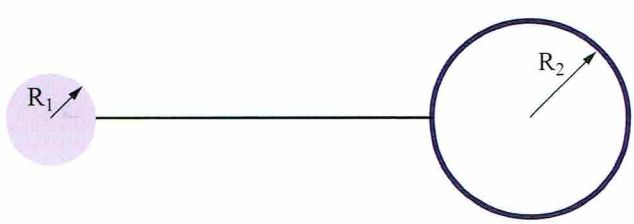
6. שני כדורים מוליכים, האחד בעל רדיוס $R_1=R$ והשני בעל רדיוס $R_2=2R$, נמצאים במרחק רב זה מזה (כך שאינם משפיעים זה על זה). כל אחד מהכדורים טעון במטען Q. מחברים את הכדורים בעזרת חוט מוליך דק.



א. מהו המטען על כל אחד מהכדורים כעבור זמן רב לאחר סגירת המפסק?

ב. מהו הפוטנציאל החשמלי על פני כל אחד הכדורים?

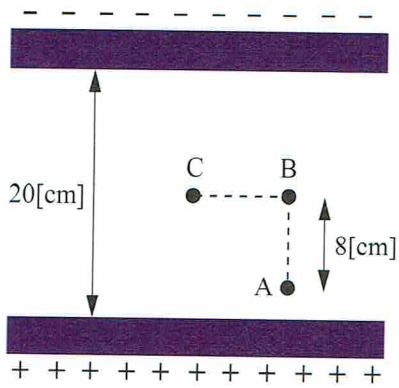
7. שני כדורים מוליכים בעלי רדיוסים R_1 ו-R_2 ($R_2>R_1$) נמצאים במרחק גדול זה מזה ומחוברים ביניהם באמצעות תיל מוליך ארוך ודק. המטען **הכולל** על שני הכדורים הוא Q.



א. מהו המטען על כל כדור?

ב. מהו הפוטנציאל החשמלי על כל כדור מוליך?

8. בין שני לוחות שהמרחק ביניהם $d=20[cm]$ יש הפרש פוטנציאלים של $V=40[V]$.



א. איזו מהנקודות A או B נמצאת בפוטנציאל גבוה יותר?

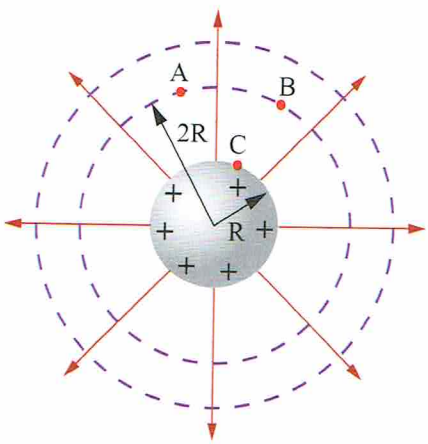
ב. איזו מהנקודות A או C נמצאת בפוטנציאל גבוה יותר?

ג. איזו מהנקודות B או C נמצאת בפוטנציאל גבוה יותר?

ד. מהו הפרש הפוטנציאלים V_{AB}?

ה. כמה עבודה נדרשת כדי להעביר מטען של $q=-2\cdot10^{-6}[C]$ בכל אחד מהמקרים הבאים: [1] מ-C ל-B? [2] מ-A ל-B? [3] מ-A ל-C?

9. כדור העשוי מחומר מוליך שרדיוסו R נטען עד לפוטנציאל של $V=20,000[V]$.



ידוע שעוצמת השדה החשמלי במרחק 2R ממרכזו היא $E=144,000\left[\frac{N}{C}\right]$.

א. חשבו את מטען הכדור Q ואת רדיוסו R.

ב. מהו השדה החשמלי סמוך מאוד לפני הכדור?

בתרשים מסומנים מספר משטחים שווי-פוטנציאל וקווי שדה (הפוטנציאל במרחק אינסופי מהכדור הוא אפס).

ג. מהי עבודת השדה החשמלי כאשר מטען $+5[\mu C]$ מועבר:

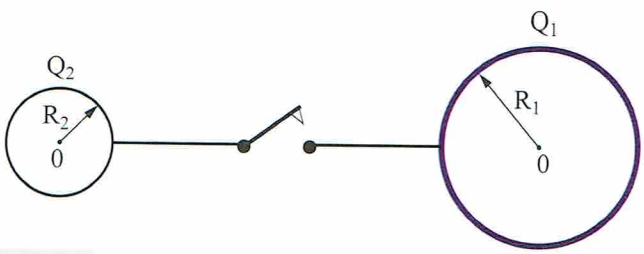
[1] מנקודה A ל-B?

[2] מנקודה A ל-C?

[3] במסלול הסגור $B\rightarrow C\rightarrow A\rightarrow B$?

[4] ממרכז הכדור לנקודה שעל פניו?

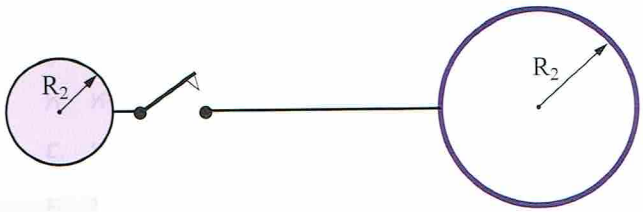
10. שני כדורים מוליכים טעונים מרוחקים מאוד זה מזה. הכדורים בעלי רדיוסים R_1 ו-R_2 ($R_2<R_1$) ומטענים Q_1 ו-Q_2 בהתאמה. מחברים את הכדורים בחוט מוליך דק.



א. בטאו באמצעות נתוני השאלה את המטען החשמלי על כל אחד משני הכדורים זמן רב לאחר סגירת המפסק.

ב. כמה מטען עבר בחוט מרגע סגירת המפסק ועד זמן רב לאחר מכן?

11. נתון כדור מוליך מלא שרדיוסו $R_1=9[cm]$. טוענים את הכדור עד שהפוטנציאל עליו $V=3000[V]$.



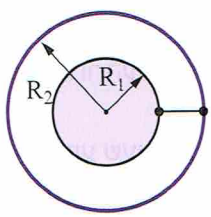
א. חשבו את מטען הכדור q_1.

ב. חשבו את השדה סמוך מאוד לפני הכדור.

מציבים כדור מוליך חלול הטעון במטען $q_2=-8\cdot10^{-8}[C]$ במרחק גדול מאוד מהכדור המוליך המלא. רדיוס הכדור החלול הוא $R_2=18[cm]$. מחברים את שני הכדורים זה לזה בחוט מוליך ארוך ודק ומחכים זמן רב.

ג. חשבו את המטען על פני כל אחד מהכדורים.

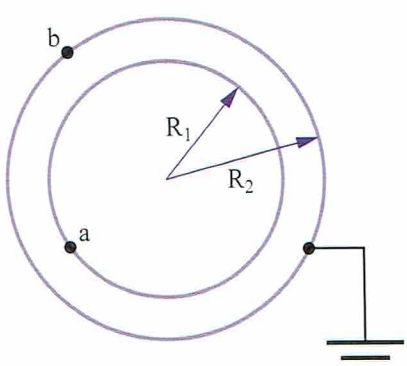
ד. חשבו את פוטנציאל הכדור המלא במצב זה.



מנתקים את החוט המחבר בין הכדורים, ומכניסים את הכדור שרדיוסו R_1 אל תוך הכדור החלול שרדיוסו R_2, כך שלשניהם מרכז משותף. מחברים את שניהם באמצעות תיל מוליך דק שהתנגדותו זניחה, ולכן חלקיקים טעונים יכולים לעבור ביניהם.

ה. בטאו, באמצעות נתוני השאלה, את המטען החשמלי על כל אחד משני הכדורים לאחר שנפסק הזרם בתיל.

12. כדור מוליך שרדיוסו $R_1=8[cm]$ טעון במטען $Q_1=8\cdot10^{-8}[C]$. סביב לו, עם מרכז משותף, כדור מוליך שני שרדיוסו $R_2=12[cm]$. הכדור השני מוארק.



א. מהו המטען על הכדור המוארק?

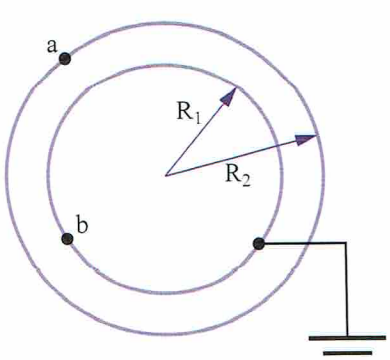
ב. מהו הפוטנציאל של שפת הכדור הפנימי?

ג. מהו הפוטנציאל במרחק $10[cm]$ ממרכז הכדורים?

ד. מהו הפוטנציאל במרחק $15[cm]$ ממרכז הכדורים?

ה. מהי העבודה הדרושה להעתקת מטען של $q=2\cdot10^{-8}[C]$ מנקודה a הנמצאת על הכדור הפנימי, לנקודה b הנמצאת על הכדור החיצוני?

13. כדור מוליך שרדיוסו $R_2=12[cm]$ טעון במטען $Q_2=8\cdot10^{-8}[C]$. בתוכו, עם מרכז משותף, כדור מוליך שני שרדיוסו $R_1=8[cm]$. הכדור הפנימי מוארק.



א. מהו המטען על הכדור הפנימי המוארק?

ב. מהו הפוטנציאל של שפת הכדור החיצוני?

ג. מהו הפוטנציאל במרחק $4[cm]$ ממרכז הכדורים?

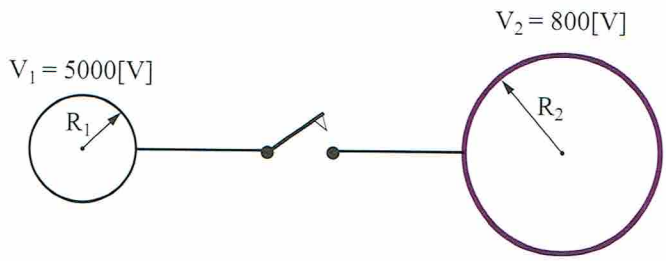
ד. מהו הפוטנציאל במרחק $15[cm]$ ממרכז הכדורים?

ה. מהי העבודה הדרושה להעתקת מטען של $q=2\cdot10^{-8}[C]$ מנקודה a הנמצאת על שפת הכדור החיצוני, לנקודה b הנמצאת על שפת הכדור הפנימי?

14. נתונים שני כדורים מוליכים טעונים, המרוחקים מאוד זה מזה. לכדור הראשון רדיוס $R_1=20[cm]$ והפוטנציאל על פניו $V_1=5000\ [V]$, לכדור השני רדיוס $R_2=60[cm]$ והפוטנציאל על פניו $V_2=800[V]$.

א. חשבו את עוצמת השדה החשמלי סמוך מאוד לפני כל אחד מהכדורים.

עתה מחברים את שני הכדורים באמצעות תיל מוליך דק וארוך. כשסוגרים את המפסק, מתחיל לזרום זרם בין הכדורים.

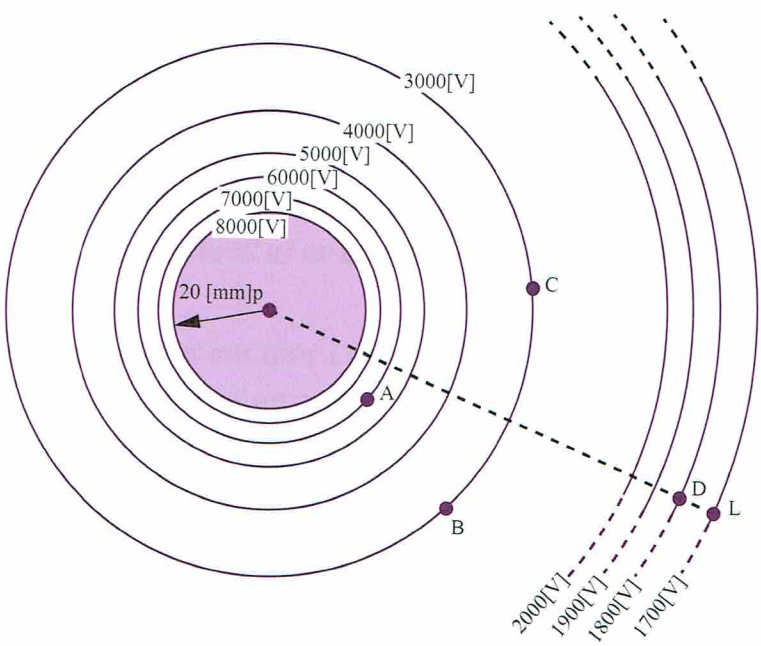


ב. קבעו מהו כיוון תנועת האלקטרונים דרך התיל: מהכדור שרדיוסו R_1 אל הכדור שרדיוסו R_2, או מהכדור שרדיוסו R_2 אל הכדור שרדיוסו R_1? נמקו.

פותחים מחדש את המפסק, ושולחים אלקטרון משפת הכדור שרדיוסו R_1 במהירות v_0 שכיוונה רדיאלי החוצה ממרכז הכדור.

ג. חשבו את גודל המהירות המינימלית v_0 הדרושה כדי שהאלקטרון יצליח להימלט מהשפעת הכדור.

15. בתרשים שלפניכם מוצגים כדור מוליך טעון וכמה קווים שווי-פוטנציאל. רדיוס הכדור הוא R והפוטנציאל על פניו $8000[V]$. ליד כל קו רשום הפוטנציאל המתאים לו. הפוטנציאל באינסוף נבחר כאפס.



א. חשבו את המטען על פני הכדור, אם נתון שעוצמת השדה החשמלי בנקודה C שווה ל- $E=12{,}000\left[\frac{N}{C}\right]$.

ב. חשבו את רדיוס הכדור R.

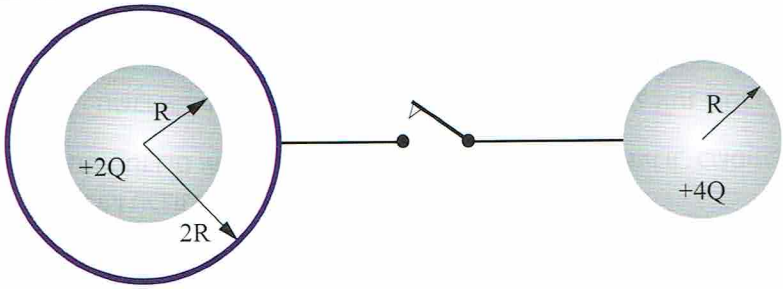
ג. חשבו את עבודת השדה החשמלי כאשר חלקיק נקודתי הטעון במטען $q=-2\cdot10^{-9}[C]$ מועבר מנקודה L לנקודה F באופן זה: תחילה מ-L ל-A, ולאחר מכן מ-A ל-F.

ד. [1] חשבו את גודל השדה החשמלי בנקודה E הנמצאת באמצע המרחק בין D ל-F.

[2] חשבו את הפוטנציאל החשמלי בנקודה E.

ה. אלקטרון משוחרר ממנוחה מנקודה F. מה גודל מהירותו בהגיעו לכדור?

16. כדור מוליך, שרדיוסו R ומטענו $+2Q$, מוקף על ידי קליפה כדורית ניטרלית שרדיוסה $2R$. שני הגופים בעלי מרכז משותף. כדור מוליך שני, שרדיוסו R ומטענו $+4Q$, נמצא רחוק מאוד ממערכת הקליפה והכדור. מחברים את הכדור השני אל הקליפה בעזרת תיל מוליך. נתונים: k , Q, R.



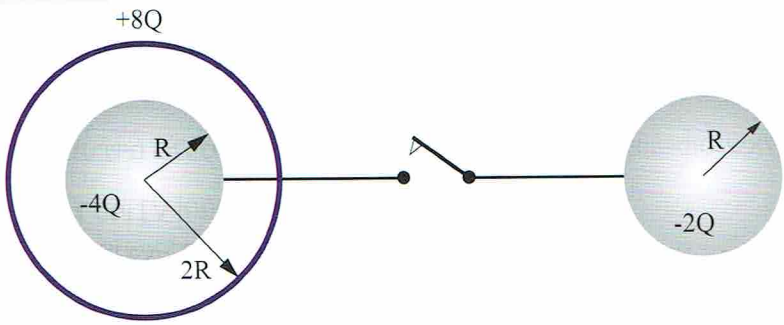
א. מה היה הפוטנציאל על פני כל אחד מהכדורים לפני סגירת המפסק?

ב. מהו הפוטנציאל על פני הקליפה לפני סגירת המפסק?

ג. מהו המטען של הקליפה ושל הכדור השני זמן רב לאחר סגירת המפסק?

ד. מהו הפוטנציאל על פני כל אחד מהכדורים ועל פני הקליפה לאחר זמן רב?

17. כדור מוליך, שרדיוסו R ומטענו $-4Q$, מוקף על ידי קליפה כדורית שרדיוסה $2R$ ומטענה $+8Q$. שני הגופים בעלי מרכז משותף. כדור מוליך שני, שרדיוסו R ומטענו $-2Q$, נמצא רחוק מאוד ממערכת הקליפה והכדור. מחברים את הכדור השני אל הכדור הראשון בעזרת תיל מוליך. נתונים: k, Q, R .



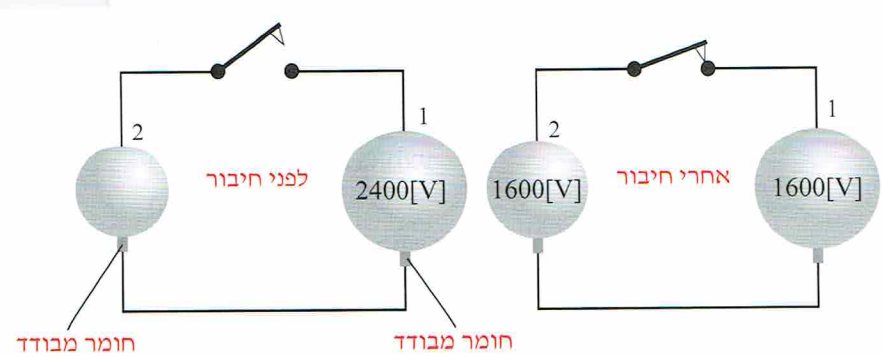
א. מה היה הפוטנציאל על פני כל אחד מהכדורים לפני סגירת המפסק?

ב. מהו הפוטנציאל על פני הקליפה לפני סגירת המפסק?

ג. מהו המטען של כל אחד מהכדורים זמן רב לאחר סגירת המפסק?

ד. מהו הפוטנציאל על פני כל אחד מהכדורים ועל פני הקליפה לאחר זמן רב?

18. הפוטנציאל על כדור מוליך 1 שרדיוסו R_1 הוא $V_1=2400[V]$.
מחברים אותו בתיל מוליך דק לכדור מוליך 2 שאינו טעון ושרדיוסו $R_2=0.4[m]$, וכתוצאה מכך הפוטנציאלים של הכדורים הוא $1600[V]$.



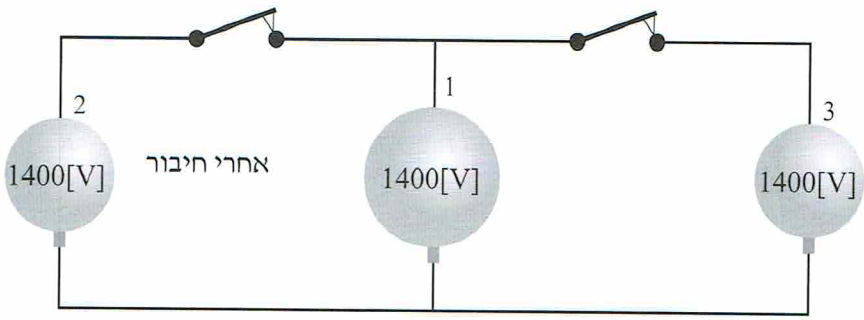
א. חשבו מהו הרדיוס של הכדור הראשון.

ב. חשבו מה המטען על כדור הראשון:

[1] לפני חיבורו לכדור השני.

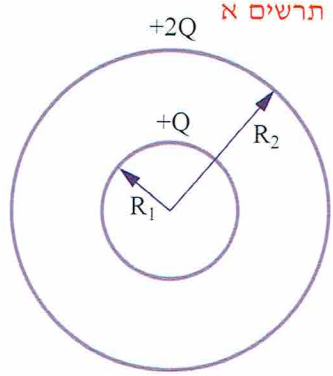
[2] לאחר חיבורו לכדור השני.

ג. כאשר מחברים כדור מוליך שלישי לא טעון שרדיוסו R_3 אל הכדורים, הפוטנציאלים של הכדורים הוא 1400[V].
חשבו מהו הרדיוס של הכדור השלישי R_3.

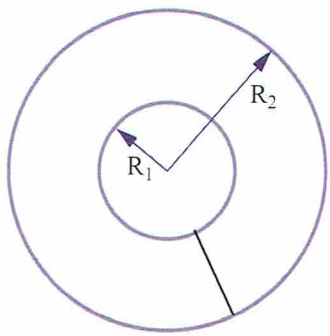


19. נתונה מערכת קונצנטרית המורכבת משתי קליפות כדוריות דקות העשויות מחומר מוליך שרדיוסיהן R_1 ו-R_2. הקליפה הפנימית טעונה במטען Q+ והקליפה החיצונית טעונה במטען 2Q+, כמתואר בתרשים א.
נתונים: k, Q, R_1, R_2.

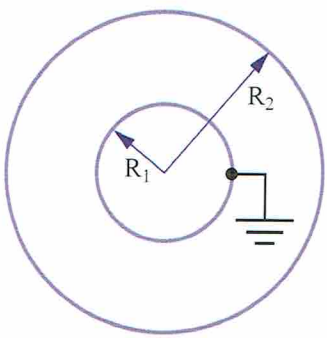
תרשים א



תרשים ב



תרשים ג



א. מהו הפוטנציאל החשמלי על כל אחת מהקליפות?

ב. מקצרים בין הקליפות באמצעות תיל מוליך ומחכים עד להתייצבות המערכת (תרשים ב).
מהו הפוטנציאל החשמלי על כל אחת מהקליפות כעת?

ג. מנתקים את הקצר בין הקליפות ולאחר מכן מאריקים את הקליפה הפנימית (תרשים ג).

[1] מהו המטען (גודל וסימן) על הקליפה הפנימית?

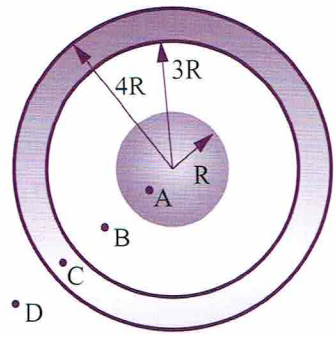
[2] מהו הפוטנציאל החשמלי על הקליפה החיצונית לאחר שהמערכת מתייצבת?

20. כדור מוליך שרדיוסו R ומטענו $+2Q$ מוקף על ידי קליפה כדורית מוליכה עבה, שרדיוסה הפנימי 3R ורדיוסה החיצוני 4R. לשני הגופים מרכז משותף. את הקליפה העבה טוענים במטען של $-8Q$ (תרשים א).

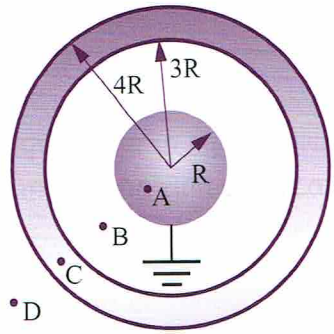
נתונים: k, Q, R.

א. תארו את חלוקה המטען על שפות המוליכים של המערכת.

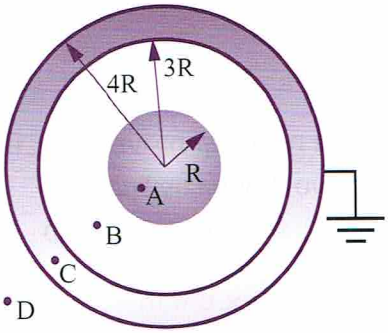
תרשים א



תרשים ב



תרשים ג



ב. מהו הפוטנציאל החשמלי:

[1] על פני הכדור הפנימי?

[2] על הקליפה העבה?

[3] בנקודה B הנמצאת במרחק 2R ממרכז המערכת?

[4] בנקודה D הנמצאת במרחק 5R ממרכז המערכת?

ג. מהו השדה החשמלי בנקודה A ובנקודה C? נמקו.

ד. אלקטרון משוחרר ממנוחה ליד השפה הפנימית של הקליפה. באיזו מהירות יפגע האלקטרון בכדור, כך שלא יגרום לשום שינוי בהתפלגות המטענים בקליפה כשהוא קרוב מאוד אליה?

ה. ענו ללא חישוב, האם עוצמת השדה בנקודה B תשתנה:

[1] אם מאריקים את הכדור הפנימי (כמתואר בתרשים ב)? נמקו.

[2] אם מאריקים את הקליפה (כמתואר בתרשים ג)? נמקו.